

K. Roos.

1971

Die Dämpfung der Riesenresonanzen in mittelschweren
und schweren Kernen

Inaugural-Dissertation
zur
Erlangung des Doktorgrades
der
Naturwissenschaftlichen Fakultät
der
Johann Wolfgang Goethe-Universität
zu
Frankfurt am Main



vorgelegt von
Karl Roos
aus Aschaffenburg
Frankfurt
Juni 1971

Die Bedeutung der Wissenschaften ist allgemein

und allgemein bekannt

Insbesondere ist

die

Bedeutung der Wissenschaften

ist

Wissenschaften sind allgemein bekannt

ist

Wissenschaften sind allgemein bekannt

ist

Wissenschaften sind allgemein bekannt



Wissenschaften sind allgemein bekannt

Wissenschaften sind allgemein bekannt

Wissenschaften sind allgemein bekannt

Wissenschaften sind allgemein bekannt

Wissenschaften sind allgemein bekannt

Inhaltsverzeichnis

I. Einleitung

II. Beschreibung des Modells

III. Beschreibung des Experimentierens in

2. Quantisierung

IV. Wellenfunktionen des Teilchens im Gitter

Gedruckt mit Genehmigung der Naturwissenschaftlichen
Fakultät der Universität Frankfurt am Main

Dekan: Prof. Dr. Oelschläger

Leiter der Arbeit: Prof. Dr. Greiner

Erster Berichterstatter: Prof. Dr. Greiner

Zweiter Berichterstatter: Prof. Dr. Drechsel

Tag der mündlichen Prüfung: 22. JULI 1971

Inhaltsverzeichnis

I	Einleitung	1
II	Beschreibung des Modells	4
III	Beschreibung des Hamiltonoperators in	
	2. Quantisierung	7
IV	Wellenfunktionen der Teilchen-Loch-Zustände	10
V	Berechnung der Restwechselwirkungsmatrixelemente	12
VI	Dipol- und Quadrupolstärken	21
VII	Dichten der Zwei-Teilchen-Zwei-Loch-Zustände	23
VIII	Ergebnisse und Diskussion	26
	Anhang A Effektive Ladungen	54
	Anhang B Phasenfaktoren von Lochoperatoren	55
	Anhang C $\langle 2p2h V 2p'2h' \rangle$ -Matrixelemente	57
	Literatur	59
	Figuren	60

I. EINLEITUNG

In der vorliegenden Arbeit wird die Dämpfung von Riesenresonanzen in mittelschweren und schweren Kernen untersucht. Dabei wird das Modell von Danos und Greiner ¹⁾ benutzt. Wie in den vorangehenden Arbeiten ^{1,2)} werden zur Beschreibung der Riesenresonanzen folgende Annahmen zum Ablauf des Photodesintegrationsprozesses gemacht:

Die Anregung und der Zerfall der Riesenresonanzen in mittelschweren und schweren Kernen erfolgt in drei Stufen:

- 1.) Absorption von γ - Quanten: Das ankommende Photon hoher Energie wird vom Kern absorbiert und regt kollektive Bewegungen an
- 2.) Thermalisation: Die Energie der kohärenten Schwingung wird auf viele Energiefreiheitsgrade aufgeteilt
- 3.) Abkühlung: Ein Nukleon mit ausreichender Energie wird aus dem Kern emittiert und läßt den Kern in einem niedrigen Energiezustand zurück.

Es wird also vorausgesetzt, daß die Dämpfung des Riesenresonanzzustandes hauptsächlich durch Thermalisation und Abkühlung beschrieben werden kann. Die prompte Emission von Nukleonen wird dabei vernachlässigt. Sie wird durch die sogenannte Kontinuumsbreite beschrieben. Barrett ³⁾ hat diese Kontinuumsbreiten für Blei berechnet. Aull et al. ⁴⁾ haben experimentell nachgewiesen, daß nur in 10% der Fälle eine prompte Emission von Nukleonen stattfindet, so daß diese Vernachlässigung gerechtfertigt erscheint. Das zeigt auch eine Abschätzung von Wilkinson ⁵⁾, die nachweist, daß eine dominante Anregung von Teilchen mit hohem Drehimpuls stattfindet. Teilchen mit hohem Drehimpuls spüren einen hohen Zentrifugalwall, den diese nur schwer durchdringen können und der deshalb die Emissionsrate von schnellen Nukleonen verringert.

Bei der Beschreibung der Riesenresonanz wird das Teilchen-Loch-Bild verwendet: ein ankommendes Photon hebt ein Teilchen aus dem vollständig gefüllten Fermisee und läßt eine Fehlstelle, das Loch, zurück (doorway - Zustand). Auf das entstandene

Ein-Teilchen-Ein-Loch-System (1plh-System) wirkt nun die Restwechselwirkung der Kernkräfte. Dadurch entstehen komplizierte Vielteilchen-Konfigurationen. Da Kernkräfte Zweikörperkräfte sind, wird diese komplizierte Konfiguration nach und nach durch Hinzufügen weiterer Teilchen-Loch-Zustände erzeugt (Hierarchie von Konfigurationen), nie jedoch wird bei einem inneren Streuprozess mehr als ein Teilchen-Loch-Zustand hinzugefügt. Durch die Restwechselwirkung könnte aber auch ein entstandenes Teilchen mit seinem Loch rekombinieren und den Prozess zurückbilden, da aber diese Rekombination mit vielen hundert anderen Möglichkeiten konkurrieren muß, ist die Wahrscheinlichkeit, daß der ursprüngliche Zustand der Kohärenz wieder eingenommen wird, gering (They-never-come-back-approximation). Dieser Aufbau von inkohärenten Viel-Teilchen-Viel-Loch-Zuständen ist die mikroskopische Beschreibung der Thermalisation. Die Wahrscheinlichkeit des ersten Streuprozesses bestimmt dann die Lebensdauer des kohärenten Zustandes. Im Verlauf der Thermalisation entsteht bald ein Neutron mit niedrigem Drehimpuls, das den Kern verlassen kann. Die Emission eines Teilchens erzeugt somit eine Dämpfung der Viel-Teilchen-Viel-Loch-Konfigurationen, d.h. alle $N_p N_h$ -Zustände erhalten Breiten, die sich möglicherweise wegen der hohen Zustandsdichte überlappen, so daß sich alle Übergänge in sekundäre Zustände wie Übergänge in ein Kontinuum behandeln lassen. Dies erlaubt die Berechnung der Breiten mit Hilfe der "Goldenen Regel" der zeitabhängigen Störungstheorie erster Ordnung.

Im Vergleich zu den vorangehenden Arbeiten ^{1,2)} unterscheidet sich diese Untersuchung in Folgendem: In ^{1,2)} wird der Kern durch ein unendlich hohes sphärisches Kastenpotential mit gleicher Anzahl von Protonen und Neutronen dargestellt. Außer der Vernachlässigung der Coulombenergie von Protonen, die in dem dort betrachteten Bleikern Pb^{208} beträchtlich ist, existiert auch kein $\vec{\ell} \cdot \vec{s}$ - Term in dem Potential. In der vorliegenden Arbeit wird das Kernpotential durch ein sphärisches Schalenmodell dargestellt. Protonen und Neutronen bewegen sich in verschiedenen Potentialen und werden getrennt behandelt. Ferner wurden in den früheren Arbeiten die Teilch-Loch-Zustände nach dem L-S - Schema gekoppelt und werden nun in $(J_p J_h)^J$ - Kopplung beschrieben. Während in der Arbeit von

Danos und Greiner das Restwechselwirkungspotential durch ein δ -Potential dargestellt wurde und in der Arbeit ²⁾ dieses Potential nur durch einen Spinaustausch-Term $\vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2$ erweitert wurde, benutzt diese Arbeit das Gillet-Potential mit endlicher Reichweite der Kernkräfte zur Darstellung der Restwechselwirkung. In den Arbeiten ^{1,2)} wurde nur der von Wilkinson ⁵⁾ als dominant angesehene Ein-Teilchen-Ein-Loch-Zustand als Darstellung der Riesenresonanz benutzt, während jetzt alle Ein-Teilchen-Ein-Loch-Zustände mit endlichem Multipolmatrixelement und der Anregungsenergie $1\hbar\omega$ im Dipolfall und $2\hbar\omega$ im Quadrupolfall als Basiszustände der Riesenresonanz verwendet werden. Mit Hilfe der Gillet-Kräfte werden die Energiematrix der $(1p1h)$ -Zustände aufgestellt und nach Diagonalisation die Eigenzustände der Riesenresonanz erhalten. Ein weiterer Unterschied zu den früheren Arbeiten besteht in der Bestimmung der Zustandsdichte von $(2p2h)$ -Zuständen, die in die "Goldene Regel" eingeht. In der Arbeit ¹⁾ wurde die Dichte nur abgeschätzt, während in ²⁾ und in dieser Arbeit die Zustände, die nun alle zu J^π gekoppelt werden, abgezählt werden. Eine Ausschmierung dieser Zustände ergibt dann die Zustandsdichte. Bei beiden Arbeiten (²⁾ und in dieser Arbeit) sind jedoch Unsicherheiten des Schalenmodells vorhanden, besonders bei ²⁾ erwies sich die gleiche Behandlung von Protonen und Neutronen als störend und die entstehende Schalenstruktur mußte über einen weiten Bereich der Energie geglättet werden.

II. BESCHREIBUNG DES MODELLS

Riesenresonanzen sind in der ersten Stufe des Prozesses, wie alle elektromagnetischen Multipolanregungen, im wesentlichen Einteilchenanregungen, die sich vom Grundzustand (Fermisee) nur durch den Zustand eines Teilchens unterscheiden und deren kollektive Bewegungsformen durch kohärente lineare Kombinationen von Einteilchenprozessen dargestellt werden können. In der Sprache der zweiten Quantisierung, die in dieser Arbeit ausschließlich verwendet wird, beschreiben Ein-Teilchen-Ein-Loch-Zustände (1-particle-1-hole-states, (1plh)-states) die Einteilchenanregungen: Ein Teilchen wird aus dem Fermisee angehoben, das entstehende 'Loch' im Fermisee repräsentiert den Zustand des Rumpfkerns.

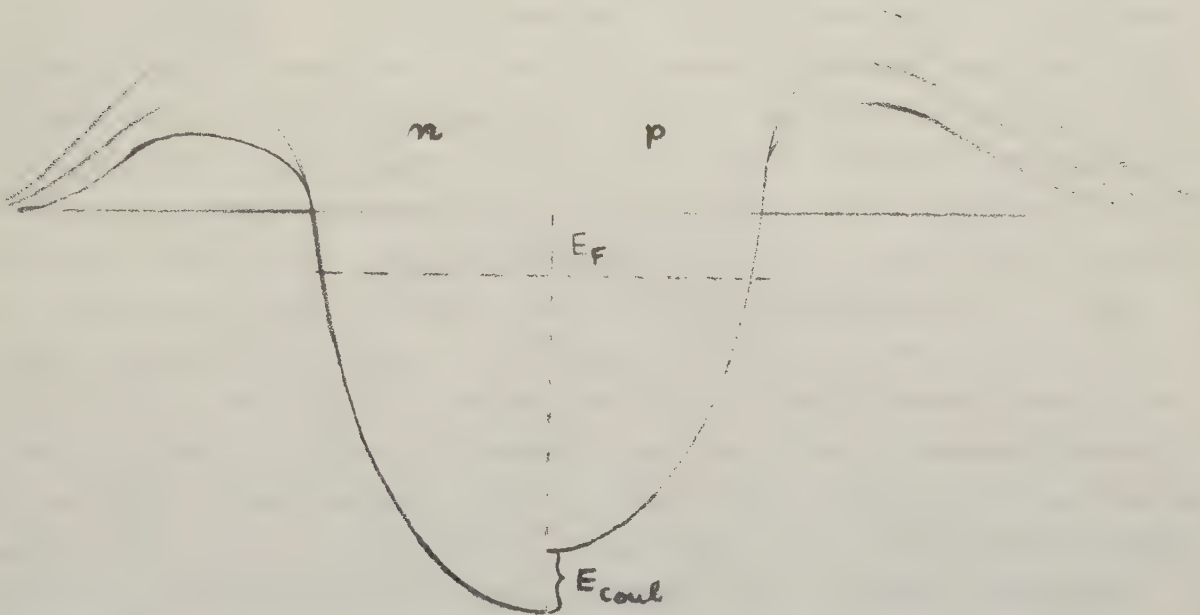
Der Multipoloperator, der die Anregung der Riesenresonanz darstellt, baut sich aus einer Summe von Einteilchenoperatoren auf. Die kollektiven Riesenresonanzzustände erhält man als kohärente Superposition von (1plh)-Zuständen der Energien $E_1, E_2, \dots$. Jeder der (1plh)-Zustände ist einzeln zum Gesamtspin J und der Parität π gekoppelt. Wir betrachten die Fälle $J_1^\pi, J_1^\pi = (1^-, 2^+)$ einzeln, d.h. wir sortieren die Multipoloperatoren nach Dipol- (1^-) und Quadrupolriesenresonanzen (2^+).

In der vorliegenden Arbeit betrachten wir die Dämpfung dieser Riesenresonanzen in mittelschweren und schweren doppelt-magnetischen Kernen und versuchen die Thermalisationsbreiten zu bestimmen und eine Aussage über deren Abhängigkeit von der Energie zu erhalten. Wir gehen von den vordagonalisierten (1plh)-Zuständen aus, die Riesenresonanzen der Konfiguration J^π darstellen. Es handelt sich um eine kollektive Anregung deren Energie durch eine kollektive Energieverschiebung (collective energy shift) sich um einige MeV von den Einteilchenenergien der wesentlichsten Konfiguration unterscheiden wird. Die Einteilchenenergien der Basiszustände erhält man aus der Differenz ihrer Teilchen und Lochenergien, d.h. aus der Summe der Absolutbeträge der Teilchen- und Lochenergie. Die Energieniveaus werden aus einem Schalenmodell (sphärisches Nilssonmodell⁶) erhalten, oder, wenn möglich, aus dem Experiment. Nach der Abschätzung von Wilkinson⁵) werden bei der Anregung von Dipol-Riesenresonanzen hauptsächlich Nukleonen mit hohem Drehimpuls l

in Zustände $l+1$ angehoben. Hoher Drehimpuls erzeugt für ein Teilchen einen hohen Zentrifugalwall, der bei

$$V_z = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2M r^2} = 21 \frac{l(l+1)}{r^2} \text{ MeV} \quad \{r\} = \text{fm} \quad (1)$$

liegt. Für $l = 4-5$ liegt dieser Wall sehr hoch und kann von Teilchen nicht durchtunnelt werden, zumal das Teilchen die Energie des eingefangenen Photons mit dem Loch im Fermisee teilen muß. Protonen müßten außerdem noch die Coulombbarriere überwinden.



Betrachten wir nun den Mechanismus, der die Dämpfung beschreibt. Dieser Prozeß beginnt mit der Thermalisation, bei der durch Einwirkung einer Restwechselwirkung die Kohärenz eines Eigenzustandes zerstört wird. Die Restwechselwirkung ist ein Zweikörperpotential und kann demnach von einem $(lplh)$ -Zustand ausgehend, nur wieder einen $(lplh)$ -Zustand oder einen $(2p2h)$ -Zustand erreichen. Ein formal weiterer möglicher Zustand, der $(3p3h)$ -Zustand, der durch den Formalismus der zweiten Quantisierung noch entstehen kann, wird nicht berücksichtigt, da dieser Zustand energetisch zu weit vom Riesenresonanzzustand entfernt ist. Außerdem führt dieser Übergang auf 'unverbundene' Graphen, die Vakuumfluktuationen darstellen. Letztere sind aber im Grundzustand auch vorhanden. Da sie dort aber nicht berücksichtigt werden, ist es konsistent, sie überall wegzulassen. Der Fall $(lplh) \rightarrow (lp'lh')$ - Streuung diene zur Vordagonalisation der

Riesenresonanzzustände, es bleibt also nur noch der Übergang zu $(2p2h)$ -Zuständen. Die entstehenden $(2p2h)$ -Zustände sind nur noch insgesamt zu J^π gekoppelt, die einzelnen ph -Zustände können andere Konfigurationen beschreiben. Wegen der Zerstörung der Kohärenz teilen sich die einzelnen Partner die Energie der kollektiven Bewegung unter sich auf. Die Dichte der $(2p2h)$ -Zustände ist in dem betreffenden Schalenmodellbereich außerordentlich hoch und die Restwechselwirkung wird durch fortwährende Streuereignisse immer kompliziertere $(NpNh)$ -Zustände (die nun durch die entstandene Spreizung der Zustände erreicht werden können) durch Hinzufügung jeweils eines weiteren $(lplh)$ -Paares aufbauen. Da die Dichte der $(3p3h)$ - und höherer Zustände zunächst stark anwächst, wird sich dieser Prozess kaskadenartig fortsetzen, bis schließlich ein Neutron mit niedrigem Drehimpuls und genügend hoher Energie den Kernverband verläßt. Dies ist sehr wichtig, da dieses Aussenden eines Nukleons eine Dämpfung erst ermöglicht: Von einer gewissen Konfiguration an sinkt die Dichte der Zustände rapide ab und jedes weitere Streuereignis würde immer unwahrscheinlicher und eine Diagonalisation (Fourierzerlegung) des Systems würde nur eine immense Anzahl von diskreten Normalfrequenzen ergeben, und nach dem Poincaré Theorem⁷⁾ würde nach einem gewissen Zeitintervall der ursprüngliche Zustand wieder erreicht werden. Durch Aussendung eines Teilchens werden jedoch alle Normalfrequenzen unscharf und von einer gewissen Partialbreite an fließen sogar alle Frequenzen ineinander. Bis zum Ablauf des (sehr langen) Poincaré-Zyklus ist die ganze Energie dissipiert und in 'Wärme' (Thermalisation) übergegangen. Der ursprüngliche Zustand kann dann nicht mehr erreicht werden. Die Dämpfung des zuerst angeregten $(lplh)$ -Zustandes ist demnach unmittelbar abhängig von seiner Kopplung an die $(2p2h)$ -Zustände. Die Zustände der ersten und weiterer Generationen müssen Breiten haben, die groß gegenüber ihren Dichten sind, so daß sich alle Zustände überlappen und ein Kontinuum bilden können. Durch die sehr große Anzahl der sekundären Zustände lassen schon kleine Breiten diese Zustände überlappen.

III. Beschreibung des Hamiltonoperators in Zweiter Quantisierung.

Der Hamiltonoperator für das A - Nukleonensystem lautet in der Darstellung der zweiten Quantisierung

$$H = \sum_{\alpha\beta} \langle \alpha | T | \beta \rangle a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta} + \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle \alpha\beta | V | \gamma\delta \rangle a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} a_{\delta} a_{\gamma} \quad (2)$$

mit den Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren $a^{\dagger}, a$ die den Vertauschungsregeln für Fermionen genügen

$$\begin{aligned} [a_i^{\dagger}, a_k]_{+} &= a_i^{\dagger} a_k + a_k a_i^{\dagger} = \delta_{ik} \\ [a_i, a_k]_{+} &= [a_i^{\dagger}, a_k^{\dagger}]_{+} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

wobei der Index der Operatoren einen vollständigen Satz von Quantenzahlen repräsentiert. Der Hamiltonoperator kann noch in Ein- und Zweiteilchen-Operatoren aufgespalten werden:

$$\begin{aligned} H = \sum_{\alpha\beta} \{ \langle \alpha | T | \beta \rangle + \sum_{j=1}^A (\langle j\alpha | V | j\beta \rangle - \langle j\alpha | V | j\beta \rangle) \} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta} \\ + \sum'_{\alpha,\beta,\gamma,\delta} \langle \alpha\beta | V | \gamma\delta \rangle a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} a_{\delta} a_{\gamma} \end{aligned} \quad (4)$$

Die Summation über j beschränkt sich dabei auf alle besetzten A Zustände; diese Glieder werden von der letzten Summe abgezogen. Der Apostroph der letzten Summe schränkt die Laufindizes ein, sodaß nur Zweiteilchen Operatoren auftreten:

$$\alpha \neq \delta, \quad \beta \neq \gamma \quad (5)$$

$$\text{oder } \alpha \neq \gamma, \quad \beta \neq \delta$$

$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ sonst beliebig $\in A$

Verwendet man nun eine Basis, für die der Einteilchen Operator diagonal ist mit den Eigenwerten ϵ_i , so erhält man für den Hamiltonoperator

$$H = \sum_{i=1}^A \epsilon_i a_i^{\dagger} a_i + \frac{1}{2} \sum'_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle \alpha\beta | V | \gamma\delta \rangle a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} a_{\delta} a_{\gamma} \quad (6)$$

Für die Hartree-Fock Energien ϵ_i setzt man die Einteilchenenergien eines Schalenmodells ein; in dieser Arbeit wird das sphärische Nilssonmodell verwendet.

Zur Berechnung der Riesenresonanzeigenzustände werden als Basiszustände Ein-Teilchen-Ein-Loch Zustände angesetzt. Diese haben die Form

$$|1p1h, \vec{J}, M, \pi\rangle = \sum_{m_1, m_2} (-)^{i_2 - m_2 + \frac{1}{2} - \tau_2} (i_2, \vec{J} | m_1, -m_2, M) a_1^+ b_2 |0\rangle \quad (7)$$

Die Lochoperatoren und deren Phasenfaktoren werden im Anhang erklärt. Der Gesamtdrehimpuls J mit der Parität π beschreibt den gerade betrachteten Rieseresonanzfall. Mit Hilfe dieser Teilchen-Lochzustände kann die Energiematrix aufgestellt werden. Nach ihrer numerischen Diagonalisation erhält man die Energieeigenwerte E_i und ihre Eigenzustände.

Für die Restwechselwirkung V wird ein Ansatz nach Gillet ⁸⁾ verwendet:

$$V = V(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) = V_0 \exp \left\{ - \left(\frac{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}{\mu} \right)^2 \right\} \cdot \left[a_0 + a_\sigma \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 + \right. \\ \left. + a_\tau \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 + a_{\sigma\tau} (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2) (\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) \right] \quad (8)$$

Mit Hilfe der zeitabhängigen Störungstheorie läßt sich nach Schiff ⁹⁾ Kap VIII die Fermische "Goldene Regel" herleiten. Diese Regel wird auf den Übergang von einem (1p1h)-Eigenzustand zu den (2p2h)-Zuständen angewandt. Unter den Voraussetzungen

- a) hohe Zustandsdichte ρ der (2p2h)-Zustände und
- b) Energieunabhängigkeit des Übergangsmatrixelementes H_{fi}

erhalten wir für die Übergangswahrscheinlichkeit

$$w = \frac{2\pi}{\hbar} S(E) \overline{|H_{fi}|^2} \quad (9)$$

und daraus mit Hilfe der Heisenbergschen Unschärferelation die Breite

$$\Gamma = 2\pi \rho(E) \overline{|H_{fi}|^2} \quad (10)$$

Für das Matrixelement H_{fi} verwenden wir das Übergangsmatrixelement $(1p1h) \rightarrow (2p2h)$

$$H_{fi} = \langle 2p2h | V | 1p1h_{diag} \rangle \quad (11)$$

wobei V identisch ist mit dem obigen Restwechselwirkungspotential (8), welches bereits in der Energiematrix benutzt wurde.

IV. Wellenfunktionen der Teilchen-Loch-Zustände

Die Wellenfunktionen der Teilchen-Loch-Zustände werden in der j - j Darstellung aus den Einteilchenzuständen zusammengekoppelt. Zur Darstellung dieser Zustände wählt man zweckmäßigerweise die "zweite Quantisierung" mit Teilchen- und Locherzeugungsoperatoren. a_i^+ und a_i sind die Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren für Teilchen, und b_i^+ , b_i sind die entsprechenden Operatoren für Löcher. Ein Index i repräsentiert einen ganzen Satz von Quantenzahlen $\{N_1, \ell_1, j_1, m_1, \tau_1\}$ mit der Radialquantenzahl N_1 , räuml. Drehimpuls ℓ_1 , Gesamtdrehimpuls j_1 , dessen Projektion m_1 und eine weitere Isospinprojektionsquantenzahl τ_1 zur Unterscheidung von Protonen ($\tau_1 = +1/2$) und Neutronen ($\tau_1 = -1/2$). Bei der Kopplung von Teilchen- und Lochzuständen tritt nach Bell¹⁰⁾ ein Phasenfaktor $(-1)^{j_1 - m_1 + 1/2 - \tau_1}$ für den Lochzustand auf (siehe Anhang B). Wir erhalten für einen $(1p1h)$ -Zustand

$$|1p1h\rangle = \Psi(1p1h, \mathfrak{J}, M, \pi) = \sum_{\mathfrak{J}, \mathfrak{J}_2} (-1)^{\ell_2 - \mathfrak{J}_2 + \frac{1}{2} - \tau_2} (i_2 i_1 \mathfrak{J} | -\mathfrak{J}_2 \mathfrak{J}_1, M) |\tilde{a}_{N_1 \ell_1 i_1 \mathfrak{J}_1 \tau_1}^+ \rangle |b_{N_2 \ell_2 i_2 \mathfrak{J}_2 \tau_2}^+ \rangle \quad (12)$$

$$|\tilde{a}_{N_1 \ell_1 i_1 \mathfrak{J}_1 \tau_1}^+ \rangle = \sum_{\nu_1 \mu_1} \left(\frac{1}{2} \ell_1 i_1 | \nu_1 \mu_1 \mathfrak{J}_1 \right) a_{N_1 \ell_1 \nu_1 \mu_1 \tau_1}^+ |0\rangle \quad (13)$$

$$|b_{N_2 \ell_2 i_2 \mathfrak{J}_2 \tau_2}^+ \rangle = \sum_{\nu_2 \mu_2} \left(\frac{1}{2} \ell_2 i_2 | \nu_2 \mu_2 \mathfrak{J}_2 \right) b_{N_2 \ell_2 \nu_2 \mu_2 \tau_2}^+ |0\rangle \quad (14)$$

Eingesetzt in (12) ergibt sich mit allen Quantenzahlen

$$|1p1h\rangle = \Psi(1p1h, N_1 \ell_1 i_1 \tau_1, N_2 \ell_2 i_2 \tau_2, \mathfrak{J}, M, \pi) = \hat{\mathfrak{J}} \hat{i}_1 \hat{i}_2 (-1)^{i_1 + i_2 + \frac{1}{2} - \tau_2} \sum_{\substack{\nu_1 \nu_2 \\ \mu_1 \mu_2 \\ \mathfrak{J}_1 \mathfrak{J}_2}} (-1)^{\mathfrak{J}_2} \begin{pmatrix} i_2 i_1 \mathfrak{J} \\ -\mathfrak{J}_2 \mathfrak{J}_1 - M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \ell_2 i_2 \\ \nu_2 \mu_2 - \mathfrak{J}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \ell_1 i_1 \\ \nu_1 \mu_1 - \mathfrak{J}_1 \end{pmatrix} a_{N_1 \ell_1 \nu_1 \mu_1 \tau_1}^+ b_{N_2 \ell_2 \nu_2 \mu_2 \tau_2}^+ |0\rangle \quad (15)$$

Dabei wurden die Clebsch-Gordan-Koeffizienten durch die symmetrischeren und bequemer zu handhabenden Wigner- oder $\{3j\}$ -Koeffizienten ersetzt und ein dabei auftretender Faktor $\sqrt{2j+1}$ durch das Symbol $\hat{j}$ abgekürzt, d.h. $\hat{j} = \sqrt{2j+1}$.

Der Zwei-Teilchen-Zwei-Loch-Zustand wird folgendermaßen aufgebaut: zunächst werden die Teilchen zu einem Spin J_p und die Löcher zu J_h gekoppelt um damit den Gesamtspin J zu koppeln.

$$|2p2h\rangle = \Psi(2p2h, J_p, J_h, J, \pi) = \sum_{\substack{m_1, m_2, m_3, m_4, M_p, \\ m_1, m_2, m_3, m_4, M_h}} (-)^{J_h - M_h + \frac{1}{2} - \tau_2 + \frac{1}{2} - \tau_4} (J_h, J_p, J | -M_h, M_p, M) \\ (j_1, j_3, J_p | m_1, m_3, M_p) (j_2, j_4, J_h | m_2, m_4, M_h) \left(\frac{1}{2} l_1, j_1 | \frac{1}{2} n_1, m_1\right) \left(\frac{1}{2} l_2, j_2 | \frac{1}{2} n_2, m_2\right) \\ \left(\frac{1}{2} l_3, j_3 | \frac{1}{2} n_3, m_3\right) \left(\frac{1}{2} l_4, j_4 | \frac{1}{2} n_4, m_4\right) a_{j_3, j_4, j_3, j_4, j_3, j_4}^+ a_{N_1, l_1, j_1, n_1, \tau_1}^+ b_{N_2, l_2, j_2, n_2, \tau_2}^+ b_{N_3, l_3, j_3, n_3, \tau_3}^+ b_{N_4, l_4, j_4, n_4, \tau_4}^+ |0\rangle \quad (16)$$

mit der Normierungskonstanten

$$Z = \left\{ 1 + \delta_{\tau_1, \tau_3} \left(\delta_{N_1, N_3} \delta_{l_1, l_3} \delta_{j_1, j_3} \delta_{n_1, n_3} \delta_{l_2, l_4} \delta_{j_2, j_4} \delta_{n_2, n_4} (-)^{J_h + J_p} + \delta_{j_1, j_3} \delta_{l_1, l_3} \delta_{N_1, N_3} (-)^{J_p} \right. \right. \\ \left. \left. + \delta_{N_2, N_4} \delta_{j_2, j_4} \delta_{l_2, l_4} (-)^{J_h} \right) \right\}^{-1/2} \quad (17)$$

In der Wignerdarstellung ergibt sich dann für (16)

$$|2p2h\rangle = \Psi(2p2h, N_1, l_1, j_1, \tau_1, N_3, l_3, j_3, \tau_3, N_2, l_2, j_2, \tau_2, N_4, l_4, j_4, \tau_4, J_p, J_h, J, \pi) = \\ = Z \hat{j}_1 \hat{j}_2 \hat{j}_3 \hat{j}_4 \hat{J}_p \hat{J}_h \hat{J} (-)^{l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + j_1 + j_2 + j_3 + j_4 + J_p} \\ \sum_{\substack{m_1, m_2, m_3, m_4, \\ M_p, M_h}} (-)^{M_p} \begin{pmatrix} J_h & J_p & J \\ -M_h & M_p & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_1 & j_3 & J_p \\ m_1 & m_3 & M_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_2 & j_4 & J_h \\ m_2 & m_4 & M_h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} l_1 & j_1 \\ \frac{1}{2} n_1 & m_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} l_2 & j_2 \\ \frac{1}{2} n_2 & m_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} l_3 & j_3 \\ \frac{1}{2} n_3 & m_3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \frac{1}{2} l_4 & j_4 \\ \frac{1}{2} n_4 & m_4 \end{pmatrix} a_{j_3, j_4, j_3, j_4, j_3, j_4}^+ a_{N_1, l_1, j_1, n_1, \tau_1}^+ b_{N_2, l_2, j_2, n_2, \tau_2}^+ b_{N_3, l_3, j_3, n_3, \tau_3}^+ b_{N_4, l_4, j_4, n_4, \tau_4}^+ |0\rangle \quad (18)$$

V. Berechnung der Restwechselwirkungsmatrixelemente.

Für die Restwechselwirkung gilt in zweiter Quantisierung der Ansatz

$$V = \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle \alpha\beta | V | \gamma\delta \rangle a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} a_{\gamma} a_{\delta} \quad (19)$$

Die Zweiteilchen-Matrixelemente $\langle \alpha\beta | V | \gamma\delta \rangle$ werden später noch näher erläutert. Die Summationsindizes durchlaufen den gesamten Konfigurationsraum oberhalb und unterhalb der Fermikante. Zur besseren Übersicht werden die Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren $a^{\dagger}$, a unterhalb der Fermikante umbenannt: Aus Teilchenvernichtungsoperatoren werden unterhalb der Fermikante Locherzeugungsoperatoren und aus Teilchen-erzeugungsoperatoren werden Lochvernichtungsoperatoren:

$$\begin{aligned} a_i &\rightarrow b_i^{\dagger} \\ a_i^{\dagger} &\rightarrow b_i \end{aligned} \quad i < F \quad (20)$$

Es gelten jetzt folgende Relationen:

$$\begin{aligned} a_j |0\rangle &= 0 & j > F \\ b_i |0\rangle &= 0 & i < F \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} [a_j, a_k^{\dagger}]_+ &= \delta_{jk} & [b_i, b_k^{\dagger}] &= \delta_{ik} \\ [a_j, a_k]_+ &= [a_j, b_i]_+ = [a_j^{\dagger}, a_k^{\dagger}]_+ = [a_j^{\dagger}, b_i^{\dagger}]_+ \\ &= [a_j^{\dagger}, b_i]_+ = [a_j, b_i^{\dagger}]_+ = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

Beim Übergang von Teilchen- zu Lochoperatoren sind hier keine Phasenfaktoren notwendig, da diese Faktoren bereits beim Ansatz für die Wellenfunktionen berücksichtigt wurden. Da sich die Lochoperatoren in den Wellenfunktionen bereits wie Teilchenoperatoren transformieren, bedeutet hier der Übergang von den a zu den $b^{\dagger}$ (bzw. $a^{\dagger}$ zu b) nur eine formale Vereinfachung der Fallunterscheidungen oberhalb und unterhalb der Fermikante.

Zunächst werden die Restwechselwirkungsmatrixelemente zur Aufstellung der Energiematrix betrachtet. Man erhält in

vereinfachter Schreibweise ohne Kopplungskoeffizienten für das Matrixelement zwischen zwei (1ph)-Zuständen

$$\langle 1p1h | V | 1p'1h' \rangle = \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle \alpha\beta | V | \gamma\delta \rangle \langle 0 | b_4 a_3 a_\alpha^\dagger a_\beta^\dagger a_\gamma a_\delta a_1^\dagger b_2^\dagger | \rangle \quad (23)$$

Der Apostroph bedeutet eine Beschränkung auf Zweiteilchenmatrixelemente, da wir den Anteil der Einteilchenmatrixelemente bereits den Schalenmodellenergien zugeschlagen haben. Für die Wechselwirkungsoperatoren der Summe erhalten wir folgende Kombinationen, wenn wir alle verschwindenden Elemente streichen

$$\begin{array}{ll} a_\alpha^\dagger b_\beta a_\delta b_\gamma^\dagger & \alpha \neq \delta \quad \beta \neq \gamma \\ a_\alpha^\dagger b_\beta b_\delta^\dagger a_\gamma & \alpha \neq \gamma \quad \beta \neq \delta \\ b_\alpha a_\beta^\dagger a_\delta b_\gamma^\dagger & \alpha \neq \gamma \quad \beta \neq \delta \\ b_\alpha a_\beta^\dagger b_\delta^\dagger a_\gamma & \alpha \neq \delta \quad \beta \neq \gamma \end{array} \quad (24)$$

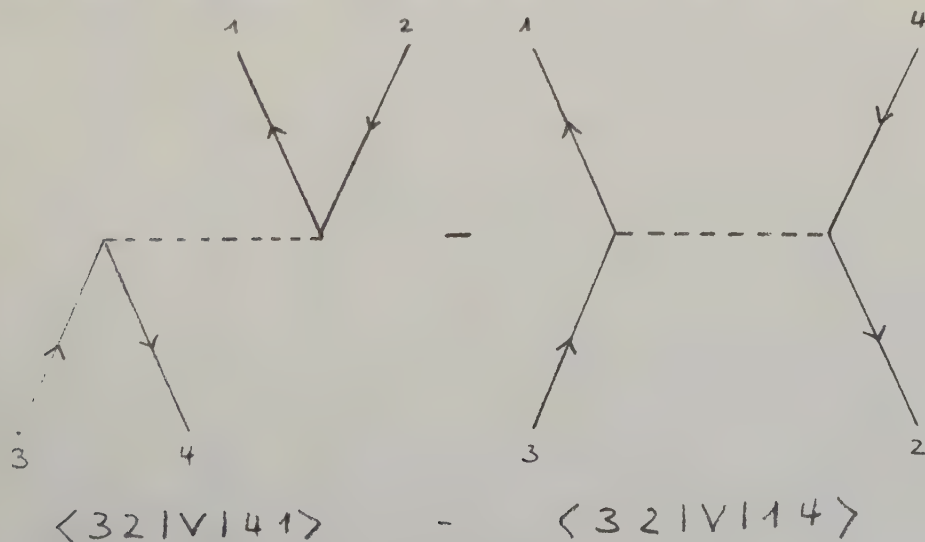
Einfache Anwendungen der Vertauschungsregeln ergeben mit

$$\langle 1 \ 2 | V | 1' \ 2' \rangle = \langle 2 \ 1 | V | 2' \ 1' \rangle$$

$$\begin{aligned} \langle 1p1h | V | 1p'1h' \rangle &= \langle 3 \ 2 | V | 4 \ 1 \rangle - \langle 3 \ 2 | V | 1 \ 4 \rangle \\ &\equiv \langle 3 \ 2 | V | \tilde{4} \ 1 \rangle \end{aligned} \quad (25)$$

Die Tilde über dem 'ket' des Matrixelementes schreibt die Bildung der Differenz von Direkt- und Austauschterm vor.

Dem Matrixelement (25) entspricht der 'Graph'



In gleicher Weise wird das Übergangsmatrixelement $\langle 2p2h | V | 1p1h \rangle$ behandelt

$$\langle 2p2h|V|1p1h\rangle = \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle \alpha\beta|V|\gamma\delta\rangle \langle 0|b_6 b_4 a_5 a_3 a_2^\dagger a_\beta^\dagger a_\gamma a_1^\dagger b_2^\dagger|0\rangle \quad (26)$$

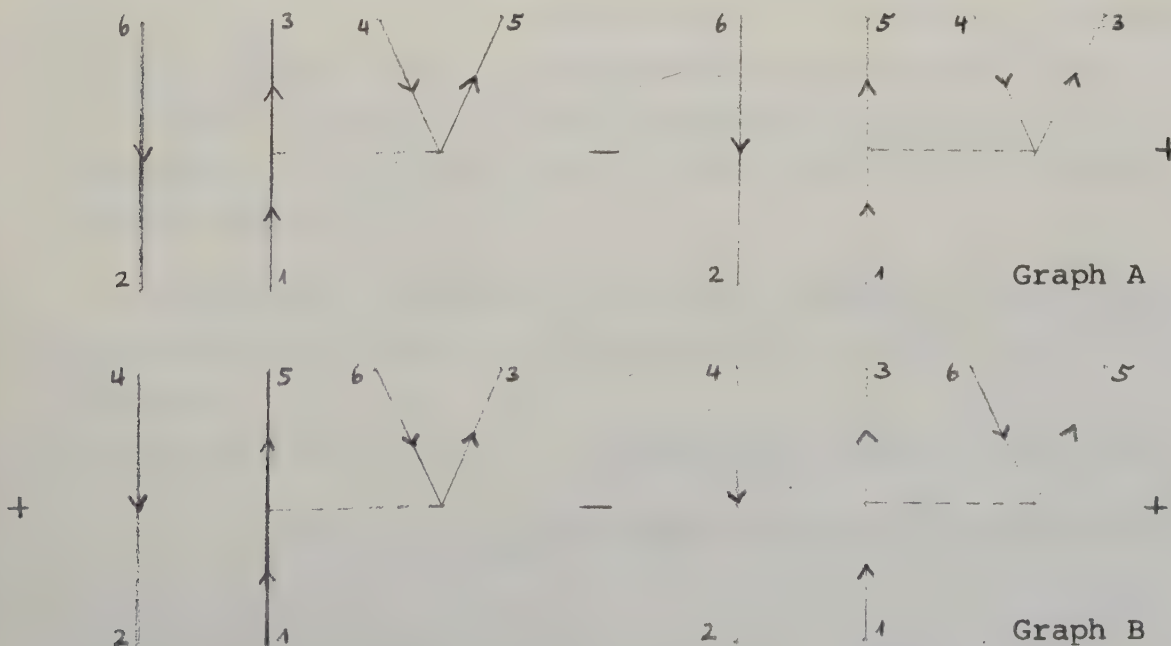
Für die Wechselwirkungsoperatoren ergeben sich folgende Kombinationen (deren Wert nicht verschwindet):

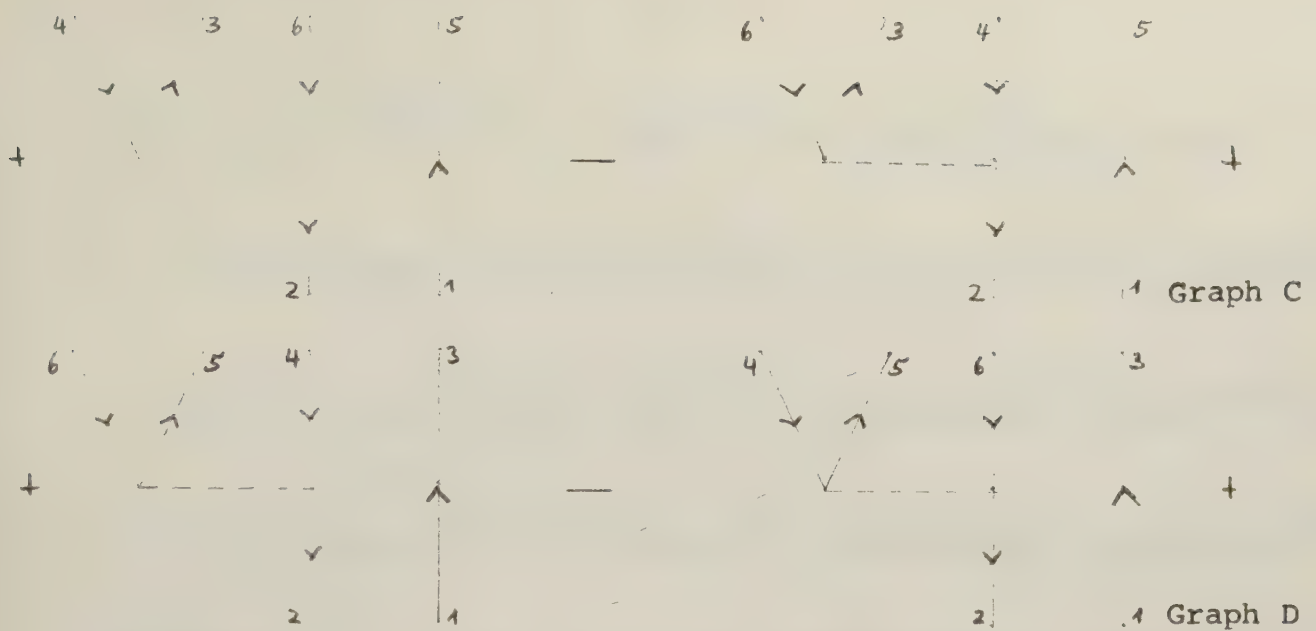
$$\begin{array}{cccc} b_{\alpha} & a_{\beta}^{\dagger} & b_{\delta}^{\dagger} & b_{\gamma}^{\dagger} \\ a_{\alpha}^{\dagger} & b_{\beta} & b_{\delta}^{\dagger} & b_{\gamma}^{\dagger} \\ a_{\alpha}^{\dagger} & a_{\beta}^{\dagger} & b_{\delta}^{\dagger} & a_{\gamma} \\ a_{\alpha}^{\dagger} & a_{\beta}^{\dagger} & a_{\delta} & b_{\gamma}^{\dagger} \end{array} \quad (27)$$

Wir erhalten also für das Übergangsmatrixelement

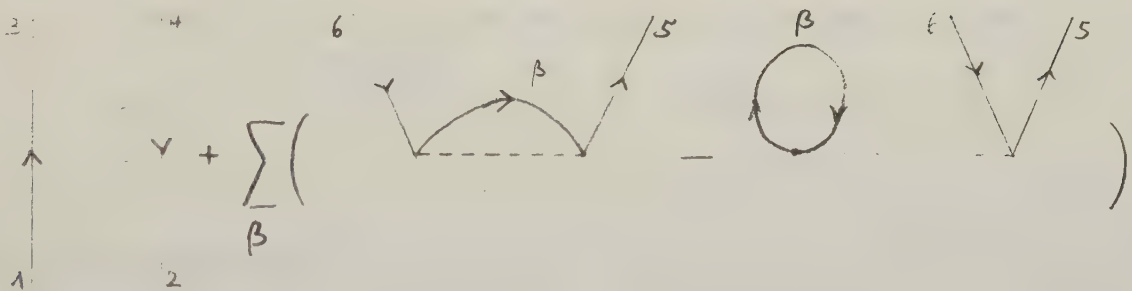
$$\begin{aligned} \langle 2p2h | V | 1p1h \rangle = & \delta_{15} \langle 23 | V | \tilde{6}4 \rangle + \\ & + \delta_{13} \langle 25 | V | \tilde{4}6 \rangle + \\ & \cdot \delta_{26} \langle 35 | V | \tilde{1}4 \rangle + \\ & \cdot \delta_{24} \langle 35 | V | \tilde{6}1 \rangle + \text{Einteilchenmatrix-} \\ & \text{elemente} \end{aligned} \quad (28)$$

Dieses Matricelement kann man als Graphen darstellen





+ unverkettete Graphen von der Art:



Nach einem Theorem von Hugenholtz¹¹⁾ ergeben aber nur die verketteten Graphen (d.h. Graphen mit einer Wechselwirkungslinie zu einem Anfangszustand) Beiträge zur Wechselwirkung. Würden sowohl im Riesenresonanzzustand wie auch in den (2p2h)-Zustand die Grundzustandskorrelationen explizit durchgeführt, so würden sich alle Beiträge der unverketteten Graphen kompensieren.

Außerdem wurden noch die Matrixelemente $\langle 2p2h | V | 2p'2h' \rangle$ betrachtet. Mit Hilfe der Vertauschungsrelationen erhält man auch hier

$$\begin{aligned}
 \langle 2p2h | H | 2p'2h' \rangle &= (\delta_{17} \delta_{35} - \delta_{15} \delta_{37}) (\delta_{46} \delta_{28} - \delta_{26} \delta_{48}) (\epsilon_1 + \epsilon_3 - \epsilon_6 - \epsilon_8) + \\
 &+ (\delta_{15} \delta_{37} - \delta_{17} \delta_{35}) \langle 68 | V | 24 \rangle + (\delta_{26} \delta_{48} - \delta_{28} \delta_{46}) \langle 13 | V | 57 \rangle +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \delta_{15} [\delta_{26} \langle 38 | V | \tilde{4}7 \rangle + \delta_{28} \langle 36 | V | \tilde{7}4 \rangle + \delta_{46} \langle 38 | V | \tilde{7}2 \rangle + \delta_{48} \langle 36 | V | \tilde{2}7 \rangle] + \\
& + \delta_{17} [\delta_{26} \langle 38 | V | \tilde{5}4 \rangle + \delta_{28} \langle 36 | V | \tilde{4}5 \rangle + \delta_{46} \langle 38 | V | \tilde{2}5 \rangle + \delta_{48} \langle 36 | V | \tilde{5}2 \rangle] + \\
& + \delta_{35} [\delta_{26} \langle 18 | V | \tilde{7}4 \rangle + \delta_{28} \langle 16 | V | \tilde{4}7 \rangle + \delta_{46} \langle 18 | V | \tilde{7}2 \rangle + \delta_{48} \langle 16 | V | \tilde{2}7 \rangle] + \\
& + \delta_{37} [\delta_{26} \langle 18 | V | \tilde{4}5 \rangle + \delta_{28} \langle 16 | V | \tilde{5}4 \rangle + \delta_{46} \langle 18 | V | \tilde{5}2 \rangle + \delta_{48} \langle 16 | V | \tilde{2}5 \rangle] \quad (29)
\end{aligned}$$

Hier gehören die geraden Indizes zu Lochoperatoren, ungerade zu Teilchenoperatoren, Indizes 1-4 und 5-8 zu den Zuständen (2p2h) und (2p'2h')

Wir verwenden die Restwechselwirkung nach Gillet

$$V = V_0 \exp \left\{ - \left(\frac{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}{\mu} \right)^2 \right\} [a_0 + a_\sigma \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 + a_\tau \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2 + a_{\sigma\tau} (\vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2)(\vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2)] \quad (8)$$

mit den Parametern

$$\begin{aligned}
a_0 &= 0 \\
a_\sigma &= 0,3 \\
a_\tau &= 0,2 \\
a_{\sigma\tau} &= 0,1
\end{aligned} \quad (30)$$

und den kernabhängigen Parametern V_0, μ

Die Entwicklung des räumlichen Teils nach Kugelfunktionen ergibt nach de-Shalit-Talmi¹²⁾

$$\exp \left\{ - \left(\frac{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}{\mu} \right)^2 \right\} = \sum_{k\kappa} v_k(r_1, r_2) Y_{k\kappa}^*(\Omega_1) Y_{k\kappa}(\Omega_2) \frac{4\pi}{2k+1} \quad (31)$$

$$\text{mit } v_k(r_1, r_2) = \frac{2k+1}{2} \int V(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) P_k(\cos \omega_{12}) d(\cos \omega_{12}) \quad (32)$$

Wir erhalten also für den Radialteil des Matrixelementes

$$\begin{aligned}
A_{ee'e''e'''}(k) &= \langle R_{Ne}(r_1) R_{N'e'}(r_2) | v_k(r_1, r_2) \frac{4\pi}{2k+1} | \\
& \quad | R_{N''e''}(r_1) R_{N'''e'''}(r_2) \rangle \quad (33)
\end{aligned}$$

Dieses Integral kann nach einer Methode von Talmi¹³⁾ analytisch bestimmt werden, da es sich um eine Wechselwirkung handelt, deren Radialanteil gaußförmig (8) ist und da die Radialfunktionen durch Oszillatorwellenfunktionen dargestellt werden:

$$R_{N\ell}(r) = C \cdot r^\ell e^{-\frac{1}{2}r^2} {}_1F_1(-N, \ell + \frac{3}{2}, r^2) \quad (34)$$

$$\begin{aligned} A_{\ell\ell'\ell''\ell'''}(k) &= \frac{\pi^2}{2\sqrt{2}} \frac{\Gamma(\ell + \frac{3}{2})\Gamma(\ell' + \frac{3}{2})\Gamma(\ell'' + \frac{3}{2})\Gamma(\ell''' + \frac{3}{2})}{2^{\ell+\ell'+\ell''+\ell'''} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\mu^2 s^2}\right)^{\frac{3}{2}\ell}} \frac{(\Gamma(\ell''' + \frac{3}{2}))^{-1}}{\sqrt{n'!n''!n'''} \Gamma(\ell + \frac{3}{2})\Gamma(\ell' + \frac{3}{2})\Gamma(\ell'' + \frac{3}{2})} \\ &\quad \sum_{\nu=0}^{\lfloor \frac{k}{2} \rfloor} \frac{(-)^\nu}{2^k} \binom{k}{\nu} \binom{2k-2\nu}{k} \sum_{k'=0}^n \frac{(-n)_{k'}}{(\ell + \frac{3}{2})_{k'} 4^{\ell'} k'!} \sum_{\delta=0}^{n'} \frac{(-n')_\delta}{(\ell' + \frac{3}{2})_\delta 4^{\ell'} \delta!} \\ &\quad \sum_{m=0}^{n''} \frac{(-n'')_m}{(\ell'' + \frac{3}{2})_m 4^{\ell''} m!} \sum_{i=0}^{n'''} \frac{(-n''')_i}{(\ell''' + \frac{3}{2})_i 4^{\ell'''} i!} \sum_{\alpha} \binom{s'}{\alpha} \\ &\quad \sum_{\alpha+\beta=\text{gerade}} \binom{\sigma}{\beta} \frac{2(-)^\beta}{(1+\alpha+\beta) \left(\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\mu^2 s^2}\right)\right)^{\frac{\alpha+\beta}{2}}} \sum_{\delta} \binom{s'+\sigma-\alpha-\beta}{\delta} \left(\frac{1}{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\mu^2 s^2}\right)^2}\right)^\delta \\ &\quad \sum_{\gamma} \binom{k-2\nu}{\gamma} \left(\frac{-1}{2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\mu^2 s^2}\right)}\right)^\gamma (2\delta+2\gamma+\alpha+\beta+1)!! \cdot \\ &\quad \cdot (2s'+2\sigma+2k-4\nu-2\gamma-2\delta-(\alpha+\beta)+1)!! \end{aligned} \quad (35)$$

mit den Abkürzungen:

$$\begin{aligned} s' &= \frac{1}{2}(\ell + \ell'' - k) + k' + m + \nu \\ \sigma &= \frac{1}{2}(\ell' + \ell''' - k) + j + i + \nu \\ (a)_0 &= 1 \quad (a)_n = a(a+1) \dots (a+(n-1)) \\ s^2 &= \frac{\hbar}{m\omega} \end{aligned} \quad (36)$$

Zur weiteren Berechnung von Matrixelementen benötigen wir noch folgende Beziehungen:

$$\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 = \sum_{\nu=-1}^1 (-)^\nu \sigma_\nu(1) \sigma_{-\nu}(2) \quad (37)$$

$$\langle Y_{\ell_a m_a} | Y_{LM} | Y_{\ell_b m_b} \rangle = (-)^{m_a} \begin{pmatrix} \ell_a & L & \ell_b \\ -m_a & M & m_b \end{pmatrix} \frac{\hat{L}}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} \ell_a & L & \ell_b \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (38)$$

$$\langle \chi_{\sigma_a} | \sigma_3 | \chi_{\sigma_b} \rangle = (-)^{\frac{1}{2} - \sigma_a} \sqrt{6} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ -\sigma_a & 0 & \sigma_b \end{pmatrix} \quad (39)$$

Da wir bei den betrachteten schweren und mittelschweren Kernen nicht zu einem guten Gesamtsospin koppeln können, müssen wir alle diversen Proton- und Neutronzustände, die endliche Multipolstärken besitzen, getrennt berechnen. Dabei sind folgende Matrixelemente ungleich Null:

$$\begin{aligned} \langle p \, p | \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 | p \, p \rangle &= 1 \\ \langle n \, n | \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 | n \, n \rangle &= 1 \\ \langle p \, n | \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 | p \, n \rangle &= -1 \\ \langle p \, n | \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 | n \, p \rangle &= 2 \end{aligned} \quad (40)$$

Zur Berechnung der Matrixkoeffizienten $\langle 12 | V | 34 \rangle$ werden die Einteilchenwellenfunktionen eingesetzt

$$\phi_Y = R_{N\ell} \cdot Y_{\ell m} \chi_{\sigma} \cdot u_{\tau} \quad (41)$$

Nach Einsetzung in das Matrixelement (25) und längeren Umrechnungen erhalten wir mit den obigen Abkürzungen für das Matrixelement $\langle 1p1h | V | 1p'1h' \rangle$

$$\begin{aligned} \langle 12 | V | 34 \rangle &= \frac{V_0}{4\pi} (-)^{\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 + \tau_1 + \tau_4} \hat{\delta}_1 \hat{\delta}_2 \hat{\delta}_3 \hat{\delta}_4 \hat{\ell}_1 \hat{\ell}_2 \hat{\ell}_3 \hat{\ell}_4 \\ &\sum_{\Sigma L k} (2k+1)(2\Sigma+1) \left\{ \begin{matrix} \delta_4 & \delta_3 & \Sigma \\ \ell_4 & \ell_3 & L \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \Sigma \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \delta_2 & \delta_1 & \Sigma \\ \ell_2 & \ell_1 & L \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \Sigma \end{matrix} \right\} \left[\delta_{Lk} (-)^{\ell_1 + \ell_3} \cdot 2 \right. \\ &\quad \left(\begin{matrix} \ell_1 & \ell_2 & k \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} \ell_3 & \ell_4 & k \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right) A_{\ell_3 \ell_2 \ell_4 \ell_1}(k) \langle \tau_3(1) \tau_2(2) | [a_0 + a_{\tau} \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2] a_{\Sigma} \\ &\quad + (a_0 + a_{\sigma\tau} \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) \delta_{\Sigma,1}] | \tau_4(1) \tau_1(2) \rangle - (-)^L (2L+1) \left\{ \begin{matrix} \ell_3 & \ell_2 & k \\ \ell_2 & \ell_4 & L \end{matrix} \right\} \\ &\quad \left(\begin{matrix} \ell_3 & \ell_1 & k \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} \ell_4 & \ell_2 & k \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right) A_{\ell_3 \ell_2 \ell_1 \ell_4}(k) \langle \tau_3(1) \tau_2(2) | [a_0 + a_{\tau} \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 + 6(-)^{\Sigma} \\ &\quad \left. \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \Sigma \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \end{matrix} \right\} (a_0 + a_{\sigma\tau} \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) | \tau_1(1) \tau_4(2) \rangle \right] \quad (42) \end{aligned}$$

Für das Übergangsmatrixelement $\langle 2p2h | V | 1p1h \rangle$ erhalten wir eine Summe aus den vier Matrixelementen Graph A, B, C, D (28)

$$\begin{aligned} \langle 2p2h | V | 1p1h \rangle &= \langle 3456 | V | 12 \rangle = \\ &= \sum_{H=A,B,C,D} \langle 3456 | V | 12 \rangle_H \end{aligned} \quad (43)$$

Graph A:

$$\langle 3456 | V | 12 \rangle_A = \delta_{26} \langle 35 | V | 14 \rangle \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \langle 3456 | V | 12 \rangle_A &= \delta_{\ell_2 \ell_6} \delta_{j_2 j_6} \delta_{T_1 T_6} \delta_{N_2 N_6} \frac{V_0}{4\pi} \sum \hat{T}_h \hat{T}_p \hat{j}_1 \hat{j}_3 \hat{j}_4 \hat{j}_5 \\ &\quad \hat{\ell}_1 \hat{\ell}_3 \hat{\ell}_4 \hat{\ell}_5 (-)^{T_p + T_h + 1/2 - T_4} \left\{ \begin{matrix} T_p & T_h & T \\ j_6 & j_1 & j_4 \end{matrix} \right\} \sum_{k, \Lambda, \Sigma} (-)^k (2k+1)(2\Lambda+1)(2\Sigma+1) \\ &\quad \left\{ \begin{matrix} \ell_1 & \ell_4 & \Lambda \\ j_1 & j_4 & T_p \\ 1/2 & 1/2 & \Sigma \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \ell_3 & \ell_5 & \Lambda \\ j_3 & j_5 & T_p \\ 1/2 & 1/2 & \Sigma \end{matrix} \right\} \left[(-)^{\ell_3 + \ell_5} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_5 & k \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_3 & \ell_4 & k \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} \ell_1 & \ell_5 & k \\ \ell_3 & \ell_4 & \Lambda \end{matrix} \right\} \right. \\ &\quad A_{\ell_1 \ell_4 \ell_5}(k) \langle \tau_1(1) \tau_4(2) | [(-)^{1+\Sigma} (a_\sigma + a_\tau \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) + \frac{3}{2\Sigma+1} (a_\sigma + a_\tau \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) | \tau_1(1) \tau_4(2) \rangle - \\ &\quad - (-)^{\Lambda} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_3 & k \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_4 & \ell_5 & k \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} \ell_1 & \ell_3 & k \\ \ell_5 & \ell_4 & \Lambda \end{matrix} \right\} A_{\ell_1 \ell_4 \ell_5}(k) \langle \tau_1(1) \tau_4(2) | [a_\sigma + a_\tau \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 + \\ &\quad \left. + (-)^{1+\Sigma} \frac{3}{2\Sigma+1} (a_\sigma + a_\tau \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2)] | \tau_1(1) \tau_4(2) \rangle \right] \quad (45) \end{aligned}$$

Graph B läßt sich durch einen Phasenfaktor und der Permutation der Indizes 4 und 6 auf Graph A zurückführen:

$$\langle 3456 | V | 12 \rangle_B = \delta_{24} \langle 35 | V | 61 \rangle = (-)^{1+j_4+j_6+T_h} P(46) \langle 35 | V | 14 \rangle \quad (46)$$

Graph C:

$$\begin{aligned} \langle 3456 | V | 12 \rangle_C &= \delta_{15} \langle 23 | V | 64 \rangle = \\ &= \frac{V_0}{4\pi} \sum (-)^{1+j_2+j_5+T+3/2-T_4-T_6-T_2} \hat{j}_2 \hat{j}_3 \hat{j}_4 \hat{j}_6 \hat{T}_p \hat{T}_h \hat{\ell}_2 \hat{\ell}_3 \hat{\ell}_4 \hat{\ell}_6 \delta_{15} \\ &\quad \left\{ \begin{matrix} T_p & T_h & T \\ j_2 & j_5 & j_3 \end{matrix} \right\} \sum_{k, \Lambda, \Sigma} (-)^{k+\Lambda} (2\Lambda+1)(2k+1)(2\Sigma+1) \left\{ \begin{matrix} \ell_2 & \ell_3 & \Lambda \\ j_2 & j_3 & T_h \\ 1/2 & 1/2 & \Sigma \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \ell_4 & \ell_6 & \Lambda \\ j_4 & j_6 & T_h \\ 1/2 & 1/2 & \Sigma \end{matrix} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left[(-)^{l_4+l_6} \begin{pmatrix} l_6 & l_2 & k \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_4 & l_3 & k \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} l_4 & l_3 & k \\ l_2 & l_6 & l \end{Bmatrix} A_{l_6 l_4 l_2 l_3}(k) \langle \tau_{6(1)} \tau_{4(2)} | \right. \\
 & \left[(-)^{1+\Sigma} (a_o + a_\tau \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) + \frac{3}{2\Sigma+1} (a_\sigma + a_\sigma \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) | \tau_{2(1)} \tau_{3(2)} \rangle - \right. \\
 & \left. - (-)^l \begin{Bmatrix} l_3 & l_6 & k \\ l_4 & l_2 & l \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} l_3 & l_6 & k \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_4 & l_2 & k \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} A_{l_6 l_4 l_3 l_2}(k) \langle \tau_{6(1)} \tau_{4(2)} | \right. \\
 & \left. \left[a_o + a_\tau \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 + (-)^{1+\Sigma} \frac{3}{2\Sigma+1} (a_\sigma + a_\sigma \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) | \tau_{3(1)} \tau_{2(2)} \rangle \right] \right] \quad (47)
 \end{aligned}$$

Graph D lässt sich auf Graph C zurückführen:

$$\langle 3456 | V | 12 \rangle_D = \delta_{13} \langle 25 | V | 46 \rangle = (-)^{1+d_3+d_5+3p} P(35) \langle 23 | V | 64 \rangle \quad (48)$$

Die Matrixelemente $\langle 2p2h | V | 2p'2h' \rangle$ sind im Anhang C aufgeführt.

VI. Dipol- und Quadrupolstärken.

Ein Maß für die Anregung der verschiedenen Riesenresonanzzustände sind ihre Stärken. In diesem Fall benötigen wir nur die relativen Anregungsstärken der Riesenresonanzen, deshalb werden im Folgenden die Stärken in willkürlichen Einheiten betrachtet.

Der Multipoloperator hat die Form ¹⁴⁾

$$T_M^J = C(J, A) \left\{ [(A-1)^J + (-)^J (Z-1)] \sum_{\alpha\beta} \langle \alpha | r^J Y_{JM} | \beta \rangle a_\alpha^{p+} a_\beta^p + (-)^J Z \sum_{\gamma\delta} \langle \gamma | r^J Y_{JM} | \delta \rangle a_\gamma^{n+} a_\delta^n \right\} \quad (49)$$

$$C(J, A) = \sqrt{\frac{4\pi}{2J+1}} \cdot \frac{1}{A^J} \quad (50)$$

Der Koeffizient $C(J, A)$ besagt, daß Anregungsstärken für verschiedene Multipolanregungen (Dipol oder Quadrupol) eines Kernes, ebenso wie Stärken für verschiedene Kerne nicht relativiert werden dürfen. Die Faktoren vor den Summenzeichen beschreiben die Korrektur durch die effektiven Ladungen (siehe Anhang A).

Zur Berechnung der Stärke benötigen wir zunächst das Multipolmatrixelement vom Übergang Grundzustand $\rightarrow$ angeregter Zustand. Als Basis für die angeregten Zustände können nur Einteilchenzustände zugelassen werden, da der Operator ein Einteilchenoperator ist. In der Sprache der zweiten Quantisierung wird das Matrixelement zwischen dem Grundzustand $|0\rangle$ und dem Ein-Teilchen-Ein-Loch-Zustand $|1ph\rangle$ gebildet:

$$\begin{aligned} \langle 1ph | T_M^J | 0 \rangle &= C(J, A) \sum_{\substack{\nu_1 \mu_1 \gamma_1 \\ \nu_2 \mu_2 \gamma_2}} (-)^{i_2 - \gamma_2 + \frac{1}{2} - \tau} (i_2 \mu_1 J | -\gamma_2 \gamma_1 H) \left(\frac{1}{2} f_1 i_1 | \nu_1 \mu_1 \gamma_1 \right) \\ &\quad \left(\frac{1}{2} f_2 i_2 | \nu_2 \mu_2 \gamma_2 \right) \cdot \langle Y_{\mu_1 \mu_2} R_{N_1 N_2} | r^J Y_{JM} | \\ &\quad | Y_{\mu_1 \mu_2} R_{N_1 N_2} \rangle \langle \tau | \{ [(A-1)^J + (-)^J (Z-1)] \delta_{\tau p} + (-)^J Z \delta_{\tau n} \} | \tau \rangle \end{aligned} \quad (51)$$

Nach Edmonds ¹⁵⁾ (7.1.7) und (5.4.2) erhält man sofort:

$$\begin{aligned}
\langle 1p1h | T_N^J | 0 \rangle &= C \left\{ \left[(A-1)^J + (-)^J (Z-1) \right] \delta_{p\tau} + (-)^J Z \delta_{n\tau} \right\} \frac{\hat{z}_1 \hat{z}_2 \hat{f}_1 \hat{f}_2}{\hat{J}} \\
&\cdot (-)^{1+1/2+l_2+J+1/2-\tau} \begin{pmatrix} f_1 & f_2 & J \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} f_1 & l_2 & 1/2 \\ l_2 & f_2 & J \end{Bmatrix} \langle R_{N,f_1} | r^J | R_{N_2 f_2} \rangle \\
&= C' \left\{ \left[(A-1)^J + (-)^J (Z-1) \right] \delta_{p\tau} + (-)^J Z \delta_{n\tau} \right\} \hat{z}_1 \hat{z}_2 \hat{f}_1 \hat{f}_2 \\
&\cdot (-)^{l_2-\tau} \begin{pmatrix} f_1 & f_2 & J \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} f_1 & l_2 & 1/2 \\ l_2 & f_2 & J \end{Bmatrix} \langle R_{N,f_1} | r^J | R_{N_2 f_2} \rangle
\end{aligned} \quad (52)$$

Dabei sind alle konstanten Faktoren mit dem $C(J,A)$ zu C' zusammengezogen. Das Radialintegral läßt sich ebenfalls nach einer Methode von Talmi¹³⁾ berechnen (vgl. Gl. (35))

$$\begin{aligned}
\langle R_{n\ell} | r^J | R_{n'\ell'} \rangle &= \frac{\sqrt{\pi} \sqrt{\Gamma(n+\ell+3/2) \Gamma(n'+\ell'+3/2)}}{\sqrt{n!n'} \Gamma(\ell+3/2) \Gamma(\ell'+3/2) \cdot 2^{1+1/2(\ell+\ell'+J)} \left(\frac{m\omega}{\hbar}\right)^{3/2}} \\
&\sum_k \frac{(-n)_k}{k! (\ell+3/2)_k 2^k} \sum_m \frac{(-n')_m}{m! (\ell'+3/2)_m 2^m} (\ell+\ell'+J+2(k+m)+1)!!
\end{aligned} \quad (53)$$

Ein Riesenresonanzzustand besteht in Wirklichkeit aus einer kohärenten Summe von Ein-Teilchen-Ein-Loch-Zuständen einer bestimmten Energie (siehe Kap. III). Daraus erhalten wir für die Multipolstärke

$$\sigma(\mu) = A \cdot E_{\mu} |\langle 1p1h_{E_{\mu}} | T_0^L | 0 \rangle|^2 \quad (54)$$

A ist eine Konstante, die den willkürlichen Maßstab symbolisiert, E_{μ} der Energieeigenwert des betrachteten Riesenresonanzzustandes, der Zustand $|1p1h\rangle_{E_{\mu}}$ steht als Abkürzung für $\sum |n\rangle \langle n|1p1h\rangle$, wobei $\langle n|1p1h\rangle$ der Eigenvektor ist und $|n\rangle$ die Basis der Teilchen-Loch-Zustände darstellt. Der Vorfaktor A wird so normiert, daß die Summe aller Stärken der Multipolarität J 100% ergibt.

VII. Dichten der Zwei-Teilchen-Zwei-Loch-Zustände.

Bis jetzt haben wir nur die Berechnung des Matrixelementes der "Goldenen Regel" betrachtet. In diesem Kapitel soll nun die Dichte $\rho(E)$ der $(2p2h)$ -Zustände berechnet werden. Wie bereits aufgeführt, hängt das Modell zur Bestimmung der Breiten der Riesenresonanz wesentlich von der hohen Dichte der $(2p2h)$ -Zustände ab. Die weiteren Übergänge in $(3p3h)$ -, $(4p4h)$ -Zustände, die den weiteren Fortgang der Thermalisation beschreiben, verlaufen so schnell, daß der erste inkohärente Übergang bereits wie ein Übergang in das Kontinuum behandelt werden kann. Stark vereinfacht kann man sagen: wenn erst eine $(2p2h)$ -Konfiguration erreicht ist, ist jede Kohärenz zerstört; die kollektive Energieverschiebung hat sich auf die Teilchen und Löcher verteilt und die Summe der Einzelteilchenenergien des Schalenmodells ergibt die Energie der Riesenresonanz.

Das Schalenmodell von mittelschweren und schweren sphärischen Kernen kann durch das Nilsson Modell dargestellt werden:

$$E_{njl\tau} = -V_{F\tau} + (2n+l+3/2)\hbar\omega + C \vec{l} \cdot \vec{s} + D \vec{l}^2 \quad (55)$$

$$\begin{aligned} C &= -2\hbar\omega\kappa & \hbar\omega &= 41 A^{-1/3} \text{ MeV} \\ D &= -\hbar\omega\kappa\mu & n &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (56)$$

oder mit den eingesetzten Konstanten C und D

$$E_{njl\tau} = -V_{F\tau} + \hbar\omega\{2n+l+3/2 - \kappa(2\vec{l} \cdot \vec{s} + \mu\vec{l}^2)\} \quad (57)$$

Für die Werte κ und μ gibt es von Nilsson inzwischen zwei Parametersätze: Nilsson schlug 1955 ⁶⁾ bei konstantem κ schalenabhängige μ vor ($N = 2n + l$):

$\kappa = 0,05$	$N = 0, 1, 2$	$\mu = 0$	(58)
	$N = 3$	$\mu = 0,35$	
	$N = 4, 5, 6$	$\mu = 0,45$	
	$N = 7$	$\mu = 0,4$	

für Protonen und Neutronen

In einer Arbeit¹⁷⁾ 1969 schlug Nilsson für schwere Kerne, u.a. für Pb 208 schalenunabhängige μ vor, gab aber für Protonen und Neutronen verschieden Werte für μ und κ an:

Pb 208

Protonen

$$\kappa = 0,0604$$

$$\mu = 0,628$$

Neutronen

$$\kappa = 0,0636$$

$$\mu = 0,367$$

(59)

$V_{F\tau}$ wird bei beiden Modellen so normiert, daß die Fermikante mit der Energie $E_F = 0$ zwischen dem letzten besetzten und dem ersten unbesetzten Nukleonenniveau liegt. $V_{F\tau}$ ist also für Protonen und Neutronen verschieden. Alle Niveaux sind unterhalb der Fermikante im Grundzustand voll besetzt und oberhalb der Fermikante vollkommen leer. Mit Hilfe eines Computerprogramms werden alle möglichen (2p2h)-Zustände abgezählt: alle Zustände müssen sich zum Gesamtspin J und der Parität π koppeln lassen. Diese besitzen alle ein nichtverschwindendes Übergangsmatrixelement zum kollektiven Riesenresonanzzustand (d.h. da nach Diagonalisierung der Energiematrix jeder Eingenzustand einen endlichen Beitrag jedes (1p1h)-Basiszustandes besitzt, muß mindestens einer der vier Graphen des Übergangsmatrixelementes von Null verschieden sein). Da alle (2p2h)-Zustände für verschiedene Zwischendrehimpulse J_p und J_h verschieden sind, ergibt sich daraus eine hohe Anzahl von (2p2h)-Zuständen. Die Einteilchenenergien des Schalenmodells würden für die (2p2h)-Zustände scharfe Energiewerte einnehmen; z.B. sind alle Zustände mit gleichen Einteilchenkonfigurationen und verschiedenen Zwischendrehimpulsen entartet. Dies ist nicht realistisch, da von den (2p2h)-Zuständen eine Kaskade von weiteren Prozessen ausgeht (siehe Kap. II), die durch emittierte Teilchen gedämpft werden und so auch bei den (2p2h)-Zuständen Breiten verursachen. Außerdem müßten die (2p2h)-Zustände diagonalisiert werden, um die Entartung der oben erwähnten Zustände mit verschiedenen Zwischendrehimpulsen aufzuheben. Dies ist jedoch bei der riesigen Anzahl der (2p2h)-Zustände

unmöglich. Es wurden nur die Diagonalmatrixelemente der Restwechselwirkung $(2p2h) \rightarrow (2p'2h')$ in 100 Fällen abgeschätzt: Ihre Differenz zu den Energiewerten aus der Summe der Einzelteilchenenergien lagen in der Größenordnung von wenigen $1/10$ MeV. Einige Werte lagen bei 0,8 MeV, die meisten zwischen 0,05 - 0,2 MeV.

Zusätzlich ist noch zu berücksichtigen, daß die Einzelteilchenenergien der Teilchen und Löcher durch das sphärische Nilsson Modell nur angenähert bestimmt sind. Wir nehmen also an, daß die Summe der vier Einzelteilchenenergien der Teilchen und Löcher mit einer Unsicherheit von ΔE nach oben und unten behaftet sind. In dem Wert ΔE sei außerdem noch eine Abschätzung der Energieverschiebung bei Aufhebung der teilweise hohen Entartung (bis zu 70 fach beim Quadrupol) der $(2p2h)$ -Zustände für verschiedene Zwischendrehimpulse J_p, J_h enthalten. Für ΔE wählen wir einen Wert von 1 bis 4 MeV. ΔE ist also ein Parameter für die Verschmierung der $(2p2h)$ -Zustände. Dabei gehen wir folgendermaßen vor: Betrachten wir also einen $(2p2h)$ -Zustand der Energie E im sphärischen Nilsson Modell. Nach der Annahme findet man den Zustand also in dem Intervall $\{E-\Delta E, E+\Delta E\}$ sicher. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung dieses Zustandes ist bei der Energie E am größten und bei den Intervallenden $E-\Delta E, E+\Delta E$ Null. Analytisch kann man diese Verteilung am einfachsten linear darstellen: zwei Geraden, die sich bei der Energie E schneiden, die eine Gerade geht durch den Punkt $\rho = 0$ für $E-\Delta E$ und die andere ist für $E+\Delta E$ am Punkt $\rho = 0$. Wir erhalten also ein Dreieck mit der Grundlinie $2\Delta E$ und einer Höhe, deren Wert so bestimmt wird, daß die Fläche unter dem Dreieck proportional der Anzahl der abgezählten $(2p2h)$ -Zustände für den Wert E ist (Dreiecksverteilung). Dieses Verfahren wird für alle $(2p2h)$ -Zustände für alle Energiewerte durchgeführt. Aus der Überlagerung aller Dreiecke erhalten wir dann die Dichten ρ als Funktion von E . Als Zahlenwert von ΔE wird ein Wert angenommen, der groß genug ist, daß sich bei Vergrößerung von ΔE die Dichteverteilung $\rho(E)$ nicht mehr ändert, der aber klein genug ist, um Höher- und Nieder-Energieeffekte auszuschalten, d.h. ΔE wird nicht größer als 1 - 4 MeV gewählt werden können.

VIII. Ergebnisse und Diskussion.

Die Berechnung der Breiten der Riesenresonanzen läuft mit Hilfe eines Computerprogrammes folgendermaßen ab:

Zunächst werden mit Hilfe des sphärischen Nilsson Modells die Einzelteilchenenergien der Protonen und der Neutronen berechnet. Mit den Einzelteilchenenergien sucht man eine Basis der $(1p1h)$ -Zustände, die sich zu einem Zustand 1^- (2^+) koppeln lassen. Es werden nur solche Teilchen- und Lochzustände zugelassen, deren Hauptquantenzahlen sich um $1 \hbar\omega$ ($2\hbar\omega$) unterscheiden. Bei Hinzunahme von $3\hbar\omega$ ($4\hbar\omega$) Zuständen würden sich die folgenden Ergebnisse nur in der Größenordnung von wenigen Prozenten ändern, es entstünden noch viele 1^- bzw. 2^+ Zustände mit verschwindend kleinen Dipol- (Quadrupol-) stärken bei höheren Energien. Am Ergebnis für die Breiten würde sich nichts ändern, die Rechenzeit würde jedoch mindestens um einen Faktor 2 vergrößert. Mit der oben eingeführten Basis der $(1p1h)$ -Zustände wird die Energiematrix mit Hilfe der Gillet-Restwechselwirkung (8) aufgestellt und diagonalisiert. Es zeigt sich, daß die Eigenwerte alle um einige MeV zu tief liegen; das liegt an den Einzelteilchenenergien des Nilssonmodells, die zu tief liegen. Die experimentelle Lage der Riesenresonanzenergien wird mit einer additiven Konstanten angepaßt, die Eigenvektoren, aus dem sich der Eigenzustand zusammensetzt, wird nicht verändert.

Die $(1p1h)$ -Eigenzustände der Riesenresonanzen werden nun zur Berechnung der Übergangsmatrixelemente zu den $(2p2h)$ -Zuständen verwendet: Da eine Verschiebung der Riesenresonanzenergie als Parameter eingeht und da eine Dreiecksausschmierung angewandt wird, empfiehlt es sich, diese Übergangsmatrixelemente für einen ganzen Bereich der $(2p2h)$ -Zustände zu berechnen. Dieser Bereich wird weiter in 100 Intervalle geteilt. Für jedes Intervall wird einmal die Anzahl der Zustände bestimmt um die Dichte der Zustände pro Energieintervall abschätzen zu können, zum Anderen wird zu jedem Intervall das mittlere quadratische Matrixelement berechnet. Diese Mittelung wird für jeden diagonalisierten $(1p1h)$ -Zustand getrennt durchgeführt. Es werden nur diejenigen Übergangsmatrixelemente zu $(2p2h)$ -Zuständen berechnet und gezählt, die nach den Auswahlregeln der Spin- und Paritäts-

erhaltung und dem Pauliprinzip erlaubt sind, d.h. es werden nur solche (2p2h)-Zustände berücksichtigt, die zu $1^-(2^+)$ gekoppelt sind und für die die Normierungskonstante Z (siehe Kap. IV) von Null verschieden ist. Es wurde natürlich auch Vorsorge getroffen, daß keine identischen, aber in verschiedener Reihenfolge gekoppelte Zustände mehrfach gezählt wurden, d.h. Zustände mit $(j_1 \times j_2)^{J_p}$ und $(j_2 \times j_1)^{J_p}$ treten nur einfach auf.

Bei der Berechnung der Breiten nach der "Goldenen Regel" kann man nun auf zwei Wegen vorgehen:

- (A): Es wird das quadratische Übergangsmatrixelement über den ganzen Energiebereich der beobachteten Riesenresonanz gemittelt und das Produkt mit der Dichte der (2p2h)-Zustände ergibt mit dem Faktor 2π multipliziert die Breite dieser Riesenresonanz.
- (B): Es wird das quadratische Matrixelement für jedes kleine Teilintervall gemittelt und mit der Dichte multipliziert. Bei exakt energieunabhängigen Matrixelementen erhalten wir in beiden Fällen gleiche Ergebnisse.

Bei Berechnung der Breiten der Riesenresonanzen bleibt noch zu prüfen, ob die "The - never - come - approximation" und die Anwendbarkeit der "Goldenen Regel" gegeben sind. Nach der Störungstheorie wird ein Zustand der Energie E nach Anlegen eines Störfeldes energetisch verschoben. In unserem Fall wird der diagonalisierte (1p1h)-Zustand durch die Restwechselwirkung V (8) gestört. Die Energieverschiebung W ist in der Störungstheorie 2. Ordnung

$$W = \sum_i \frac{|\langle 1p1h | V | 2p2h_i \rangle|^2}{E_{1p1h} - E_i} \quad (60)$$

Bei energieunabhängigen Matrixelementen $\langle 1p1h | V | 2p2h \rangle$ ergibt sich daraus

$$W = \frac{|\langle 1p1h | V | 2p2h \rangle|^2}{E_{1p1h} - E_i} \cdot \sum \frac{1}{E_{1p1h} - E_i} \quad (61)$$

$$= \frac{|\langle 1p1h | V | 2p2h \rangle|^2}{\Delta E} \cdot \frac{\Delta N}{\Delta E} \quad (62)$$

$$= \frac{|\langle 1p1h | V | 2p2h \rangle|^2}{\Delta E} \cdot S(E) \quad (63)$$

Um die "The-never-come-back-approximation" zu erfüllen, müssen im Energiebereich W sehr viele $(2p2h)$ -Zustände liegen

$$W \gg \frac{\Delta E}{\Delta N} = \frac{1}{S} \quad (64)$$

daraus folgt

$$| \langle 1p1h | V | 2p2h \rangle |^2 S^2 \gg 1 \quad (65)$$

oder mit (10)

$$K_1 \equiv \frac{\Gamma}{2\pi} S \gg 1 \quad (66)$$

Um die Anwendbarkeit der "Goldenen Regel" nachzuprüfen, betrachten wir die Übergangswahrscheinlichkeit (9)

$$w = \frac{2\pi}{\hbar} | \langle 1p1h | V | 2p2h \rangle |^2 \cdot S \quad (9)$$

Während einer Periode T der Riesenresonanzschwingung soll der Riesenresonanzzustand nur schwach gestört werden, d.h.

$$w \cdot T = w \cdot \frac{2\pi\hbar}{\omega\hbar} = \frac{2\pi\hbar}{E_{RR}} \cdot \frac{2\pi}{\hbar} | \langle 1p1h | V | 2p2h \rangle |^2 \cdot S(E) \ll 1 \quad (67)$$

oder mit (10)

$$K_2 \equiv 2\pi \frac{\Gamma}{E_{RR}} \ll 1 \quad (68)$$

Alle Rechnungen gelten nur für doppeltnagische sphärische Kerne, da nur für diese (nach Definition) die Schalen abgeschlossen sind. Die Rechnung wurden für die Kerne Blei (Pb^{208}), Zirkon (Zr^{90}), Nickel (Ni^{60}) und Uran (U^{240}) durchgeführt. Hierbei ist der Urankern 240 äußerst instabil und dieser wird nur stellvertretend für andere Uranisotope betrachtet; alle anderen Uranisotope haben unvollständig aufgefüllte Unterschalen. Für diese ist daher das Modell nicht anwendbar. Besonders genau wurde der Pb^{208} Kern untersucht; während bei allen anderen Kernen nur die Parameter des Nilssonmodells von 1955⁶⁾ verwendet wurde, wurde für Pb^{208} zusätzlich noch die Parameter einer Nilsson Arbeit von 1969¹⁷⁾ und ein Modell mit experimentellen Einzelteilchenenergien verwendet. Alle Rechnungen wurden für Dipol- und Quadrupolriesenresonanzen durchgeführt.

1a) Pb^{208} Nilsson Modell 1955 Dipolriesenresonanz:

(1p1h) - Basis: 35 (1p1h)-Zustände (1 $\hbar\omega$ Anregung)

Eigenzustände: 6 Eigenzustände haben Dipolstärken über 4%

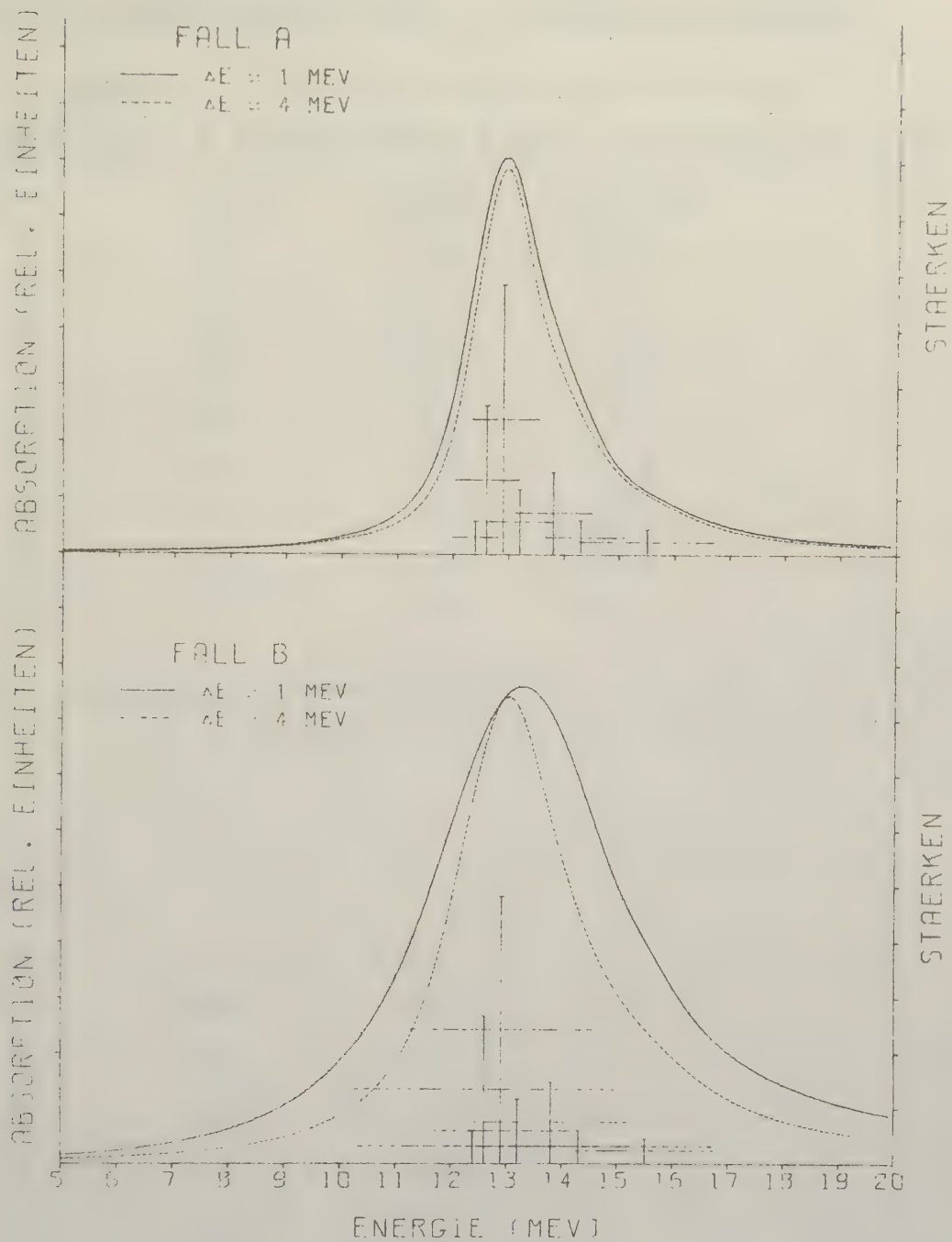
Nr.	DS/%	E/MeV	$E_{\text{kor.}}/\text{MeV}$
1	4,9	10,9	14,4
2	11,8	10,3	13,8
3	9,3	9,8	13,3
4	38,6	9,6	13,0
5	21,4	9,1	12,6
6	4,8	9,0	12,5

(2p2h)-Zustände: im Energiebereich 5 - 20 MeV insgesamt 35 271

(2p2h)-Zustände (bis 15 MeV 8 787 (2p2h)-Zustände)

Kriterien:

Nr	K_1	K_2
1	195	0,63
2	172	0,59
3	128	0,52
4	128	0,53
5	100	0,5
6	79	0,4



Breiten der Dipolriesenresonanz Pb²⁰⁸ Nilsson 1955
 Ausschmierung

Nr.	DS	E	Fall A				Fall B			
			E= 1	2	3	4	1	2	3	4
1	4,9%	14.4MeV	1,1	1,4	1,5	1,6	1,9	4,2	5,0	4,8
2	11,8%	13,8	1,3	1,3	1,4	1,4	2,2	2,7	2,8	2,6
3	9,3%	13,3	1,2	1,1	1,0	1,0	3,0	2,3	1,9	1,7
4	38,6%	13,0	1,3	1,1	1,0	1,0	3,3	2,4	2,1	1,9
5	21,4%	12,6	1,2	1,0	0,9	1,0	4,7	3,1	2,5	2,1
6	4,8%	12,5	0,8	0,8	0,7	0,7	4,5	3,5	2,8	2,4

1b) Pb^{208} Nilsson Modell 1969 Dipolriesenresonanz

(1p1h) - Basis: 37 (1p1h)-Zustände ($1\hbar\omega$ Anregung)

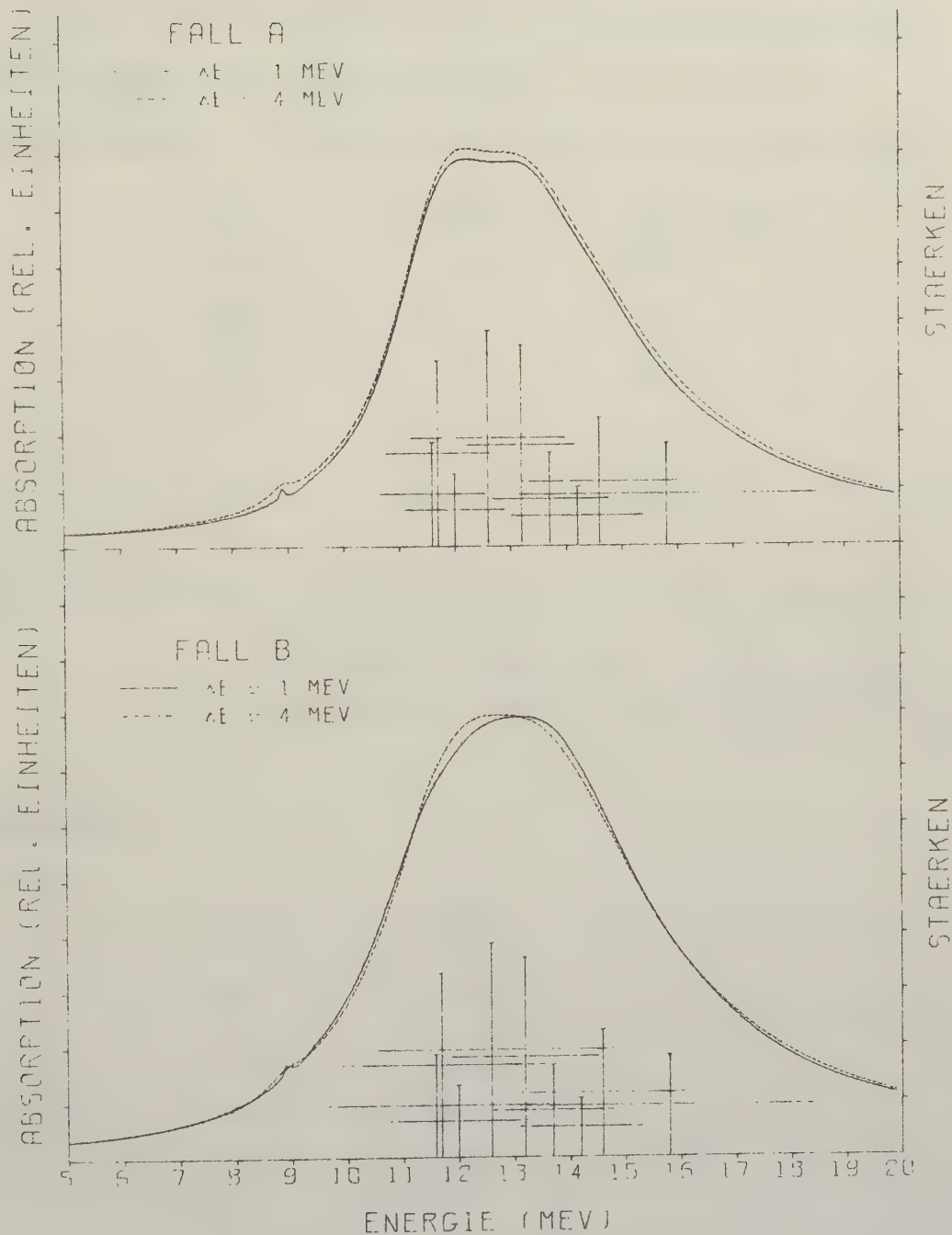
Eigenzustände: 9 Eigenzustände haben Dipolstärken über 4%:

Nr.	DS/%	E/MeV	$E_{\text{kor}}/\text{MeV}$
1	7,3	12,3	15,8
2	9,1	11,2	14,7
3	4,2	10,8	14,3
4	6,6	10,2	13,7
5	14,4	9,8	13,3
6	15,4	9,1	12,6
7	5,2	8,5	12,0
8	13,3	8,3	11,8
9	7,4	8,2	11,7

(2p2h) - Zustände: im Energiebereich 5 - 20 MeV 55 224 (2p2h) -
Zustände (bis 15 MeV 17 347 Zustände)

Kriterien:

Nr.	K_1	K_2
1	2100	2,08
2	900	1,2
3	680	1,03
4	510	0,92
5	425	0,9
6	525	1,35
7	280	0,89
8	270	1,01
9	200	0,75



Breiten der Dipolriesenresonanz Pb ²⁰⁸ Nilsson Modell 1969

Nr	BS/%	E/MeV	$\Delta E =$	Ausschmierung							
				1	Fall A 2	3	4	1	Fall B 2	3	4
1	7,3	15,8		5,2	5,2	5,3	5,4	4,2	4,8	5,0	5,4
2	9,1	14,7		2,5	2,6	2,7	2,8	2,5	2,8	2,8	2,9
3	4,2	14,3		2,2	2,2	2,3	2,4	1,6	1,8	2,2	2,3
4	6,7	13,8		2,0	2,0	2,1	2,1	1,6	1,8	2,1	2,2
5	14,4	13,3		1,8	1,9	1,9	2,0	2,6	2,6	2,6	2,6
6	15,4	12,6		2,7	2,7	2,7	2,8	4,0	4,4	4,2	3,9
7	5,2	12,0		1,8	1,7	1,7	1,7	2,5	2,2	2,1	2,0
8	13,3	11,8		1,9	1,9	1,9	1,9	3,7	3,0	2,8	2,7
9	7,4	11,7		1,9	1,9	1,9	1,9	4,1	3,9	3,6	3,4

1c). Pb ^{208} Dipolriesenresonanz exp. Einteilchenwerte:

(1p1h)-Basis: 35 (1p1h)-Zustände ($1\hbar\omega$ Anregung)

Eigenzustände: 5 Eigenzustände haben Dipolstärken über 4%

Nr.	DS/%	E/MeV	$E_{\text{kor.}}/\text{MeV}$
1	10,3	13,6	16,1
2	8,9	11,5	14,0
3	7,2	11,4	13,9
4	55,0	10,9	13,4
5	6,2	10,5	13,0

(2p2h)-Zustände: im Energiebereich 5 - 20 MeV insgesamt

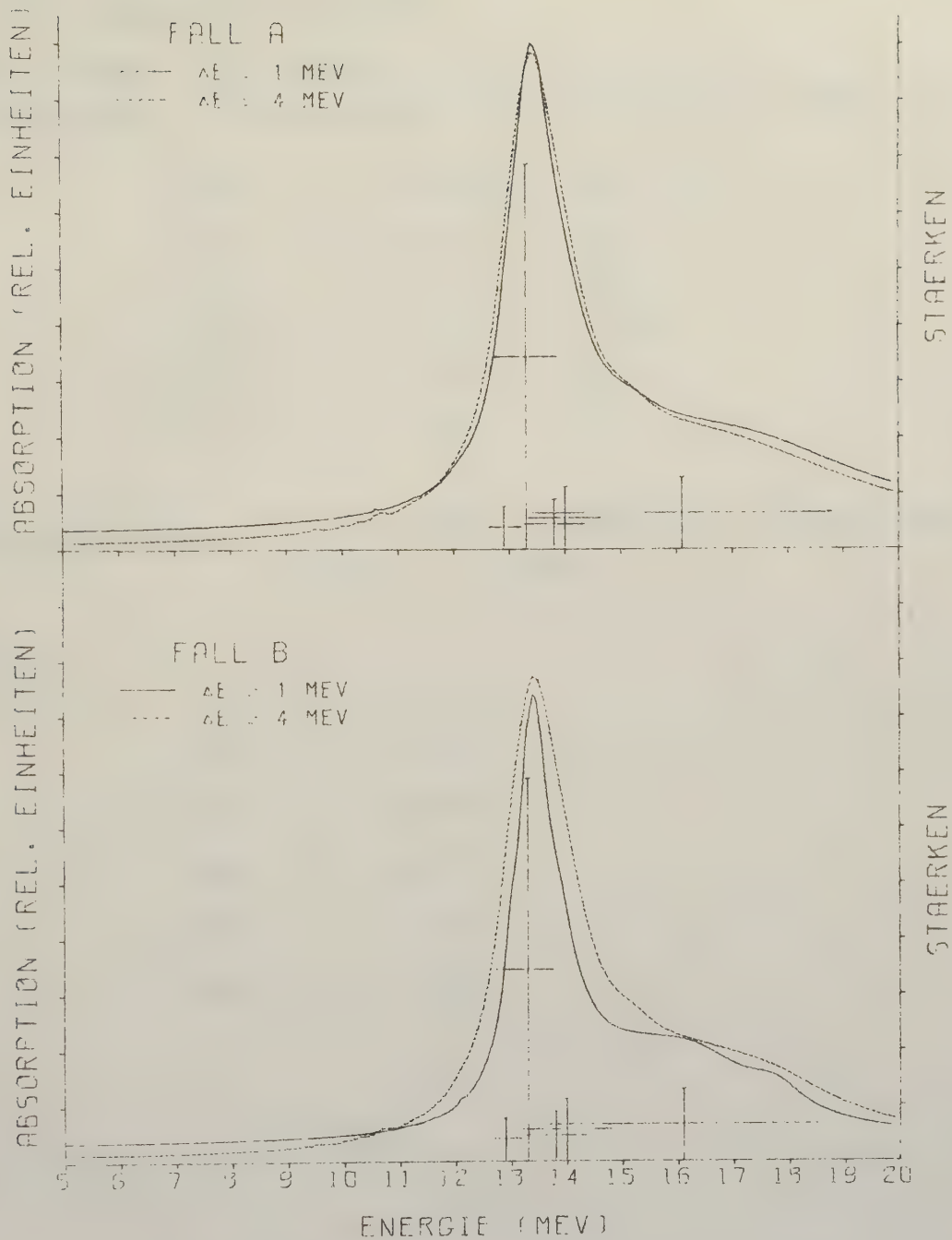
14 503 Zustände

von 5 bis 15 MeV 3642 (2p2h)-Zustände

von 15 bis 20 MeV 10 861 (2p2h)-Zustände

Kriterien:

Nr.	K_1	K_2
1	670	1,96
2	110	0,54
3	78	0,45
4	64	0,47
5	30	0,29



Breiten von Dipolriesenresonanzen Pb^{208} Experimentelle Niveaus

		Ausschmierung									
		Fall A				Fall B					
Nr	DS	E/MeV	$\Delta E =$	1	2	3	4	1	2	3	4
1	10,3	16,1		5,4	5,4	5,2	5,1	2,8	4,9	4,7	4,2
2	8,9	14,0		1,3	1,3	1,2	1,2	1,5	1,6	1,4	1,3
3	7,2	13,9		1,0	1,1	1,1	1,1	0,5	1,1	1,1	1,1
4	55,0	13,4		0,9	1,0	1,1	1,1	0,7	1,0	1,2	1,1
5	6,2	13,0		0,4	0,5	0,6	0,6	0,2	0,3	0,5	0,6

2) U^{240} Dipolriesenresonanz

(1p1h) - Basis: 37 Zustände ($1\hbar\omega$ Anregung)

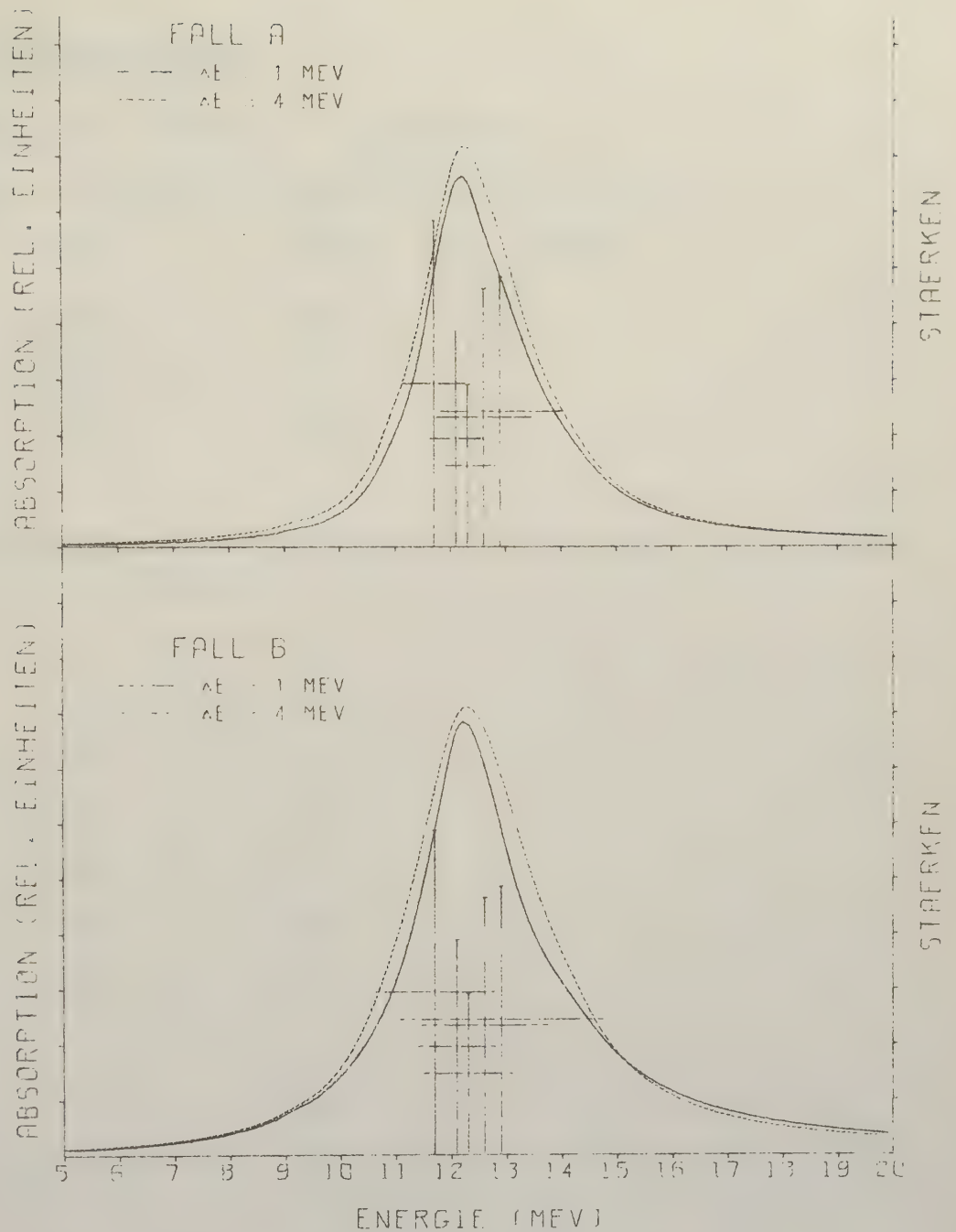
Eigenzustände: 5 Eigenzustände haben Dipolstärken über 4%

Nr.	DS/%	E/MeV	E_{kor}/MeV
1	19,4	10,0	12,9
2	18,6	9,8	12,7
3	11,6	9,4	12,3
4	15,5	9,2	12,1
5	23,5	8,9	11,8

(2p2h) - Zustände: 17 831 (2p2h) - Zustände im Energiebereich 5 - 15 MeV

Kriterien:

Nr.	K_1	K_2
1	570	0,98
2	430	0,84
3	180	0,41
4	180	0,42
5	230	0,66



Breiten von Dipolriesenresonanzen U^{240}

Ausschmierung

Nr	DS/%	E/MeV	$\Delta E =$	Fall A				Fall B			
				1	2	3	4	1	2	3	4
1	19,4	12,9		2,2	2,2	2,1	2,1	3,8	3,0	2,8	2,7
2	18,6	12,7		1,6	1,7	1,8	1,8	1,3	2,0	2,4	2,4
3	11,6	12,3		0,7	0,9	1,0	1,0	1,0	1,6	1,7	1,7
4	15,5	12,1		0,7	0,8	0,9	1,0	0,8	1,3	1,5	1,5
5	23,5	11,8		0,9	1,2	1,3	1,4	1,6	2,0	2,2	2,1

3) Zr⁹⁰ Dipolriesenresonanz

(1p1h) - Basis: 24 Zustände ($1\hbar\omega$ Anregung)

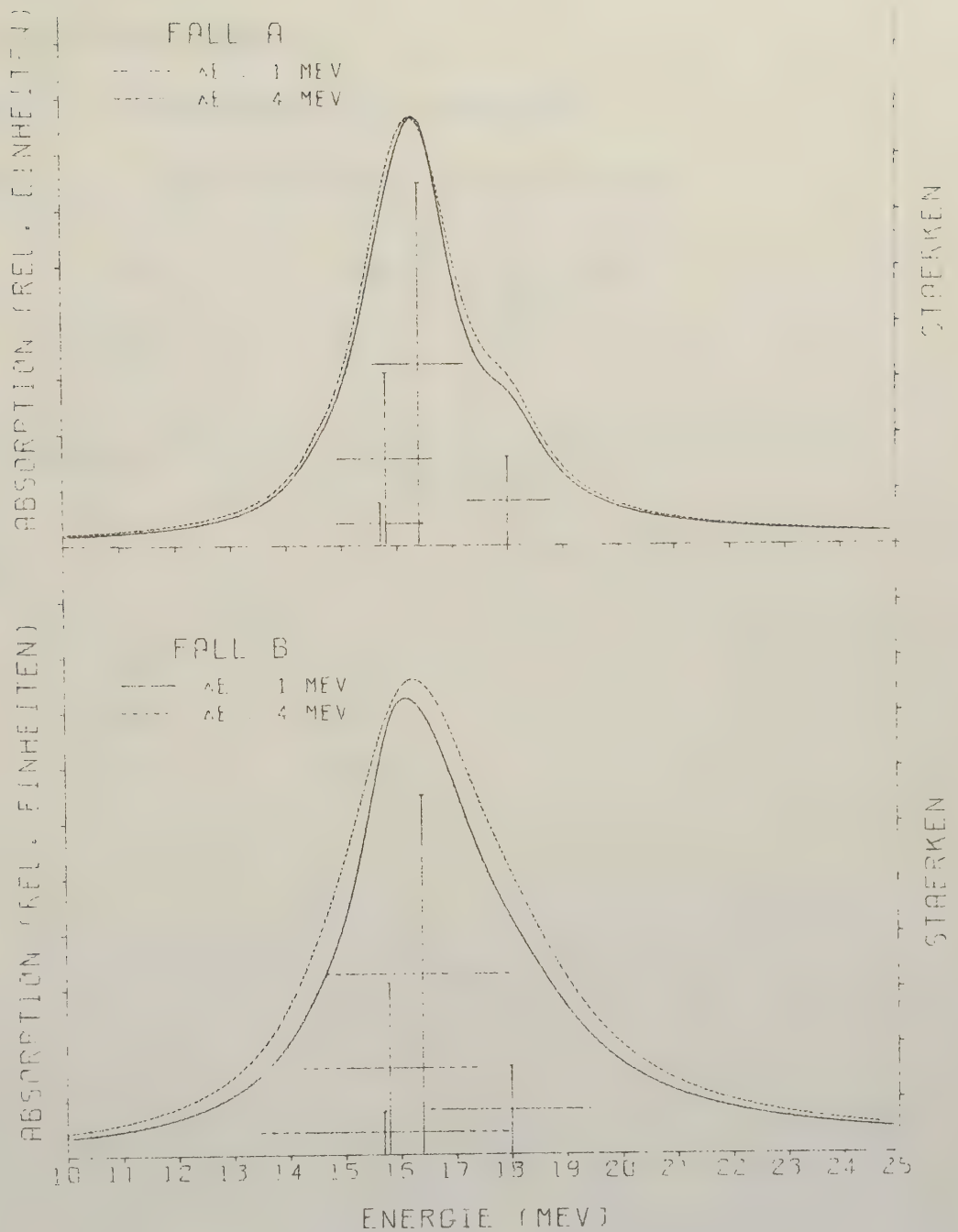
Eigenzustände: 4 Zustände haben Dipolstärken über 4 %

Nr.	DS/%	E/MeV	E _{kor.} /MeV
1	12,7	14,0	18,0
2	52,0	12,4	16,4
3	24,8	11,8	15,8
4	6,2	11,8	15,8

(2p2h) - Zustände: im Energiebereich 10 - 20 MeV 2 119 (2p2h)-
Zustände

Kriterien:

Nr.	K ₁	K ₂
1	39	0,53
2	32	0,7
3	27	0,68
4	24	0,6



Breiten von Dipolriesenresonanzen Zr⁹⁰

Nr.	DS/%	E/MeV	$\Delta E = 1$	Fall A Ausschmierung				Fall B			
				2	3	4	1	2	3	4	
1	12,7	18,0	1,6	1,4	1,4	1,5	3,1	2,4	2,7	3,0	
2	52,0	16,4	1,5	1,9	1,9	1,7	2,6	3,4	3,5	3,1	
3	24,8	15,8	1,6	1,8	1,7	1,6	1,4	3,3	2,9	2,6	
4	6,2	15,8	1,5	1,6	1,5	1,5	4,5	3,7	3,1	2,7	

4) Ni⁶⁰ Dipolriesenresonanz

(1p1h)-Basis: 20 Zustände ($1\hbar\omega$ Anregung)

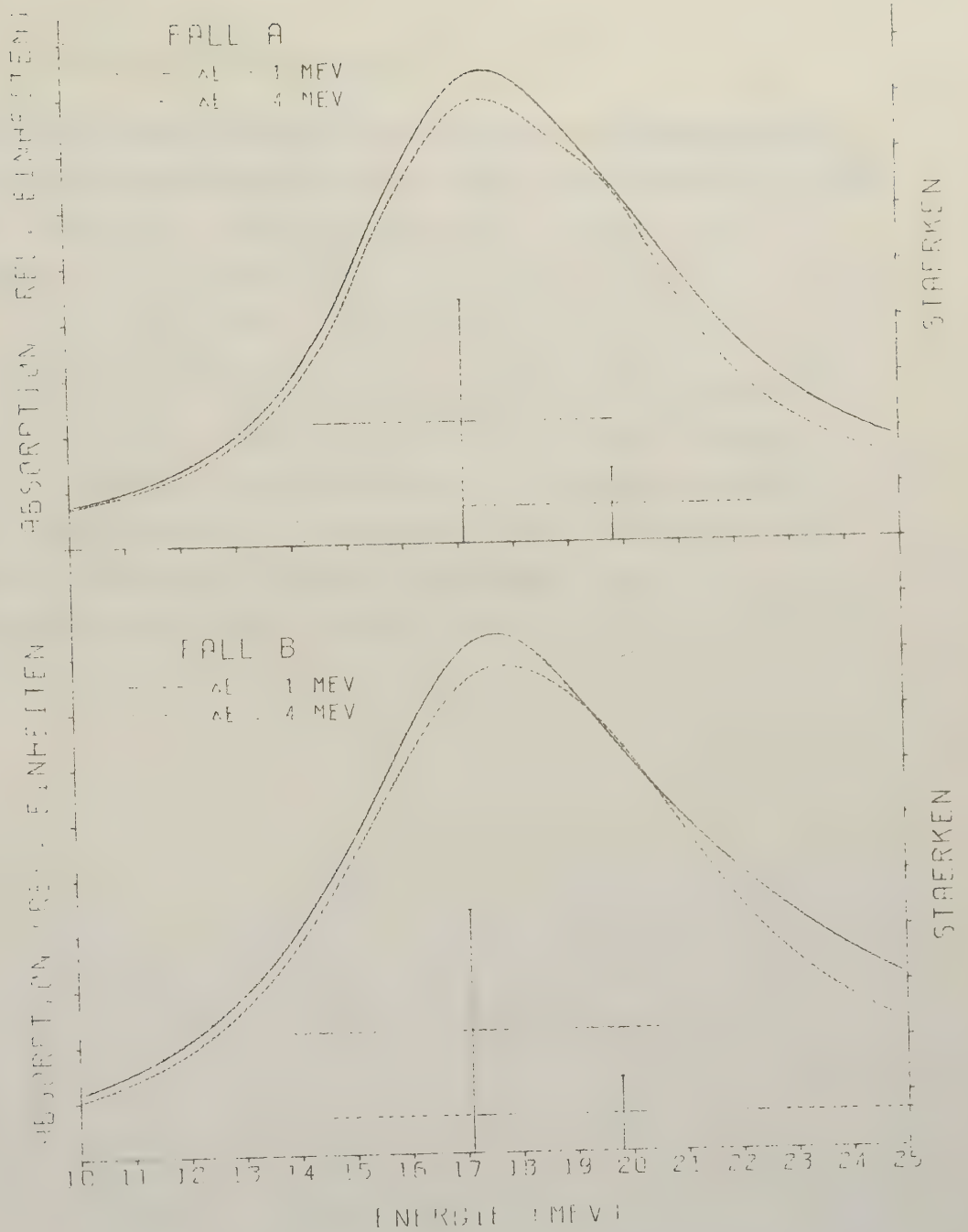
Eigenzustände: 2 Zustände über 4% Dipolstärke

Nr.	DS	E/MeV	E _{kor.} /MeV
1	21%	15,8	19,8
2	70%	13,2	17,2

(2p2h) - Zustände: im Energiebereich zwischen 10 - 20 MeV
1 011 (2p2h)-Zustände

Kriterien:

Nr.	K ₁	K ₂
1	88	1,6
2	101	1,95



Breiten von Dipolriesenresonanzen Ni^{60}

				Ausschmierung							
				Fall A				Fall B			
Nr	DS	E/MeV	$\Delta E =$	1	2	3	4	1	2	3	4
1	21,1	19,8		5,4	4,1	3,5	3,3	10,7	7,3	5,7	5,1
2	70,1	17,2		5,4	5,2	5,7	5,3	6,1	5,5	6,8	6,5

Breiten von Quadrupolriesenresonanzen

Die Berechnung der Breiten von Quadrupolriesenresonanzen erfolgt in der gleichen Weise wie bei den Dipolriesenresonanzen. Unterschiede treten nur bei der Basis der Ein-Teilchen-Ein-Loch-Zustände auf: Es werden $2\hbar\omega$ Anregungen betrachtet. Die Basis muß für die niedrigeren Teilchenlochzustände stark beschnitten werden, trotzdem tritt ein Eingenzustand bei einer niedrigen Energie auf, dessen Quadrupolstärke dominiert. Die Stärke dieses Zustandes übersteigt die Stärke der anderen, in der Nähe der Quadrupolriesenresonanz liegenden Zustände bis zu einer Größenordnung. Dieser niedrige Zustand wird in den folgenden Zusammenstellungen weggelassen und die Prozentzahlen der restlichen Stärken neu auf 100% normiert.

1a) Pb ²⁰⁸ Nilsson Modell 1955 Quadrupolriesenresonanz

(1p1h) - Basis: 41 (1p1h)-Zustände zwischen 14 -26 MeV
(2 $\hbar\omega$ Anregung)

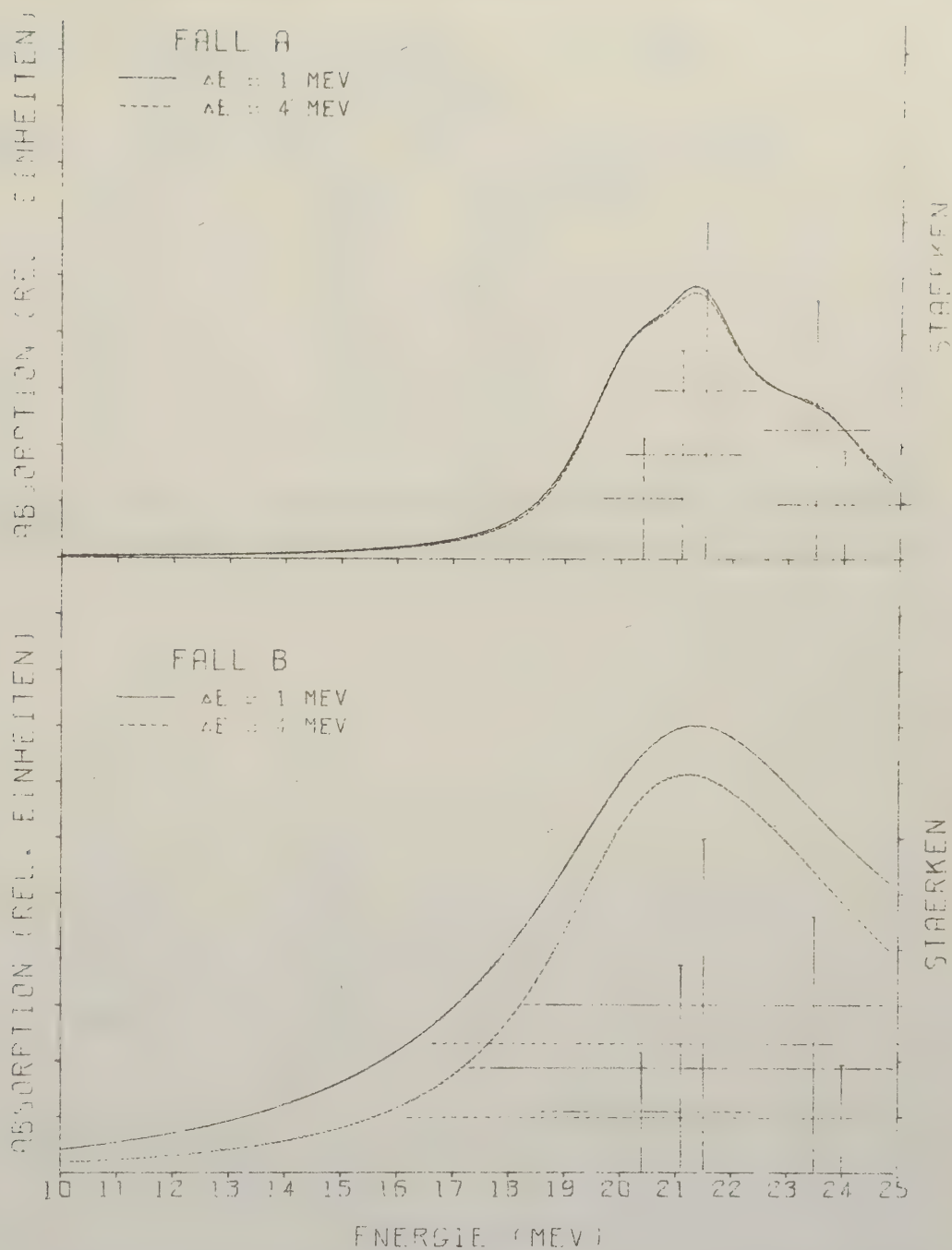
Eigenzustände: 7 Eigenzustände über 4% Quadrupolstärke

Nr.	QS/%	E/MeV	E _{kor.} /MeV
1	5,3	18,5	24,1
2	12,6	18,0	23,5
3	16,6	16,0	21,6
4	10,3	15,5	21,1
5	6,0	14,9	20,5
6	4,5	14,6	20,2
7	4,8	14,5	20,1

(2p2h) - Zustände: 117 451 (2p2h) zwischen 10 und 25 MeV
101 695 (2p2h) zwischen 15 und 25 MeV
70 087 (2p2h) zwischen 20 und 25 MeV

Kriterien:

Nr.	K ₁	K ₂
1	2800	0,6
2	2400	0,56
3	1600	0,52
4	1650	0,6
5	1000	0,43
6	1000	0,44
7	1280	0,6



Breiten von Quadrupolriesenresonanzen Pb^{208} Nilsson Modell 1955

Ausschmierung

Nr	QS/%	$E/MeV_{\Delta E=}$	Fall A				Fall B			
			1	2	3	4	1	2	3	4
1	5,3	24,1	2,5	2,4	2,3	2,4	16,0	12,1	9,6	8,2
2	12,6	23,5	2,2	1,9	1,9	1,9	13,8	9,5	7,5	6,4
3	16,6	21,6	1,7	1,8	1,9	1,8	5,9	6,5	6,0	5,5
4	10,3	21,1	2,0	2,0	2,1	2,1	7,0	7,7	7,3	6,6
5	6,0	20,5	1,4	1,4	1,4	1,4	3,9	3,5	2,9	2,6
6	4,5	20,2	1,5	1,4	1,4	1,4	7,3	5,7	4,6	4,1
7	4,8	20,1	1,9	1,9	1,8	1,8	9,4	7,5	6,0	5,2

1b) Pb^{208} Nilsson Modell 1969 Quadrupolriesenresonanz

(1plh) - Basis: 39 Zustände zwischen 14 und 26 MeV
($2\hbar\omega$ Anregungsenergie)

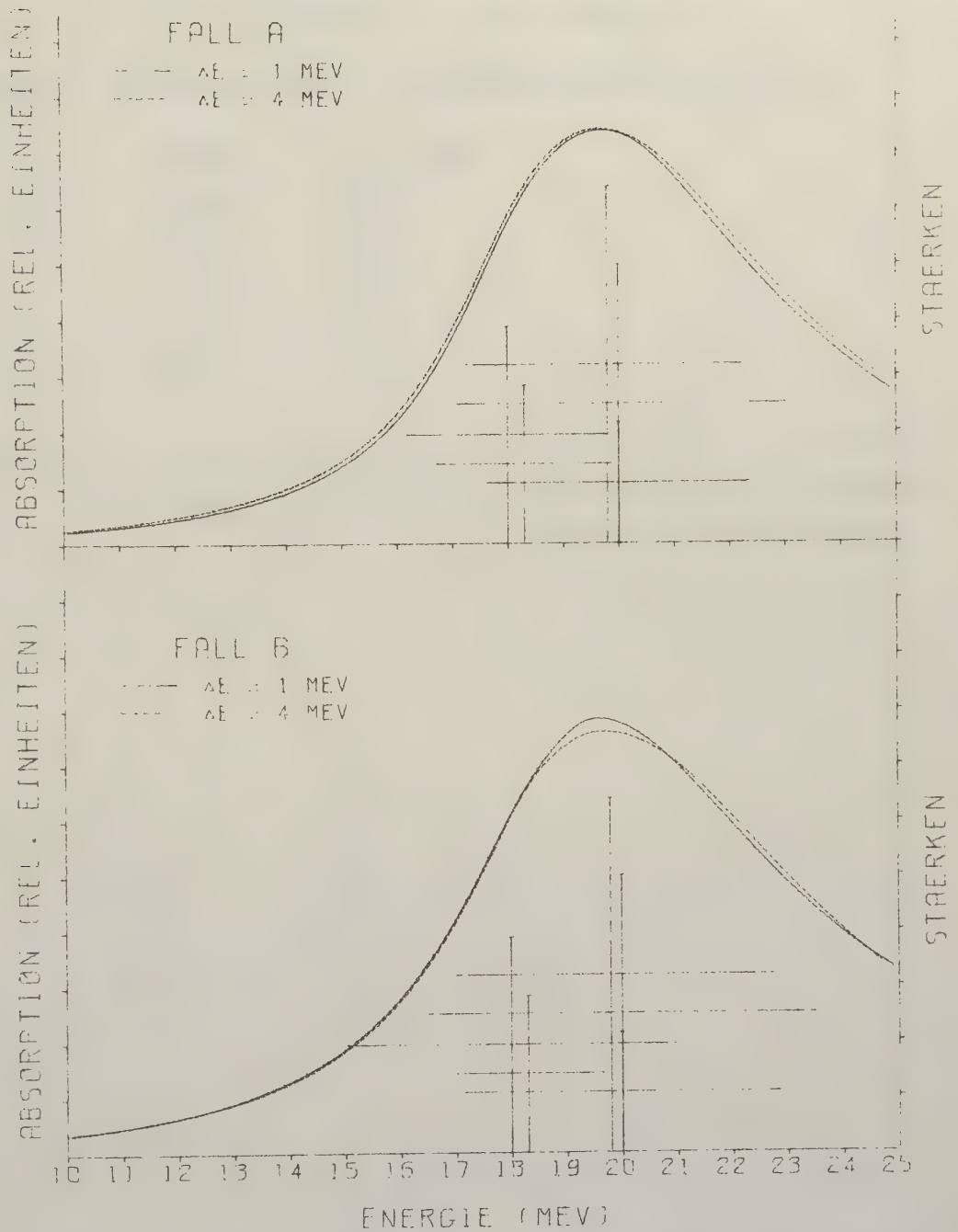
Eigenzustände: 5 Eigenzustände über 4% Quadrupolstärke

Nr.	QS/%	E/MeV	$E_{\text{kor.}}$ /MeV
1	5,6	16,1	20,1
2	13,0	16,1	20,1
3	16,5	15,9	19,9
4	7,3	14,3	18,3
5	10,0	14,0	18,0

(2p2h)-Zustände: 193 829 (2p2h)-Zustände zwischen 10 und 25 MeV
110 862 (2p2h)-Zustände zwischen 20 und 25 MeV

Kriterien:

Nr.	K_1	K_2
1	7400	1,5
2	9100	1,8
3	7000	1,55
4	3350	1,07
5	3900	1,25



Breiten von Quadrupolriesenresonanzen Pb ²⁰⁸ Nilsson Mod. 1969

Nr	QS/%	E/MeV	Ausschmierung							
			Fall A				Fall B			
			$\Delta E = 1$	2	3	4	1	2	3	4
1	5,6	20,1	4,6	4,7	4,8	4,8	5,7	5,7	5,6	5,6
2	13,0	20,1	5,8	5,9	6,0	6,1	6,4	6,5	6,8	7,1
3	16,5	19,9	4,6	4,8	5,0	5,1	5,0	5,3	5,7	5,9
4	7,3	18,3	3,1	3,1	3,1	3,2	2,7	2,2	2,3	2,3
5	10,0	18,0	3,6	3,6	3,6	3,6	5,9	5,7	5,5	5,4

1c) Pb ²⁰⁸ Exp. Einzelteilchenenergien Quadrupolresonanz

(1plh)-Basis: 32 (1plh) Zustände mit $2\hbar\omega$ Anregung

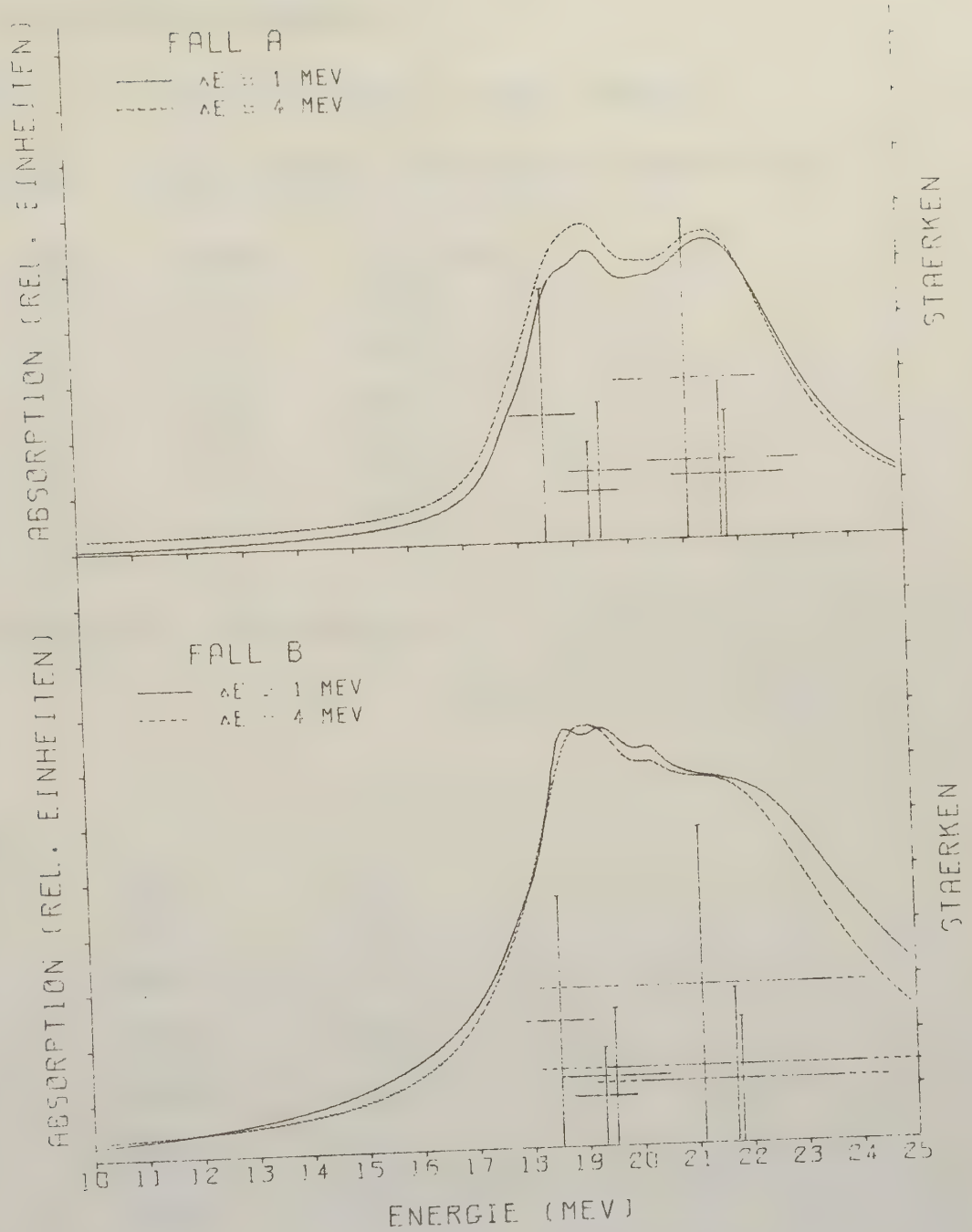
Eigenzustände: 5 Eigenzustände mit Quadrupolstärken über 4%

Nr.	QS/%	E/MeV	E _{kor.} /MeV
1	6,8	19,9	21,9
2	8,3	19,8	21,8
3	17,0	19,1	21,1
4	7,4	17,5	19,5
5	13,5	16,6	18,6

(2p2h)-Zustände: im Energiebereich 10 - 25 MeV 53 593 Zustände
 im Energiebereich 10 - 20 MeV 24 831 Zustände
 " " 20 - 25 MeV 28 762 Zustände

Kriterien:

Nr.	K ₁	K ₂
1	1570	0,57
2	2200	0,81
3	1830	0,75
4	600	0,35
5	500	0,37



Breiten von Quadrupolriesenresonanzen Pb^{208}										
Nr.	QS/%	E/MeV	Ausschmierung							
			$\Delta E = 1$	2	3	4	1	2	3	4
1	6,8	21,9	2,1	2,1	2,0	1,9	5,4	4,7	4,0	3,5
2	8,3	21,8	2,9	2,8	2,7	2,6	7,4	6,3	5,3	4,5
3	17,0	21,1	2,6	2,5	2,4	2,3	5,7	6,1	5,3	4,5
4	7,4	19,5	1,0	1,1	1,1	1,2	1,7	2,0	1,8	1,8
5	13,5	18,6	0,9	1,0	1,1	1,2	0,7	1,0	1,1	1,3
Fall A						Fall B				

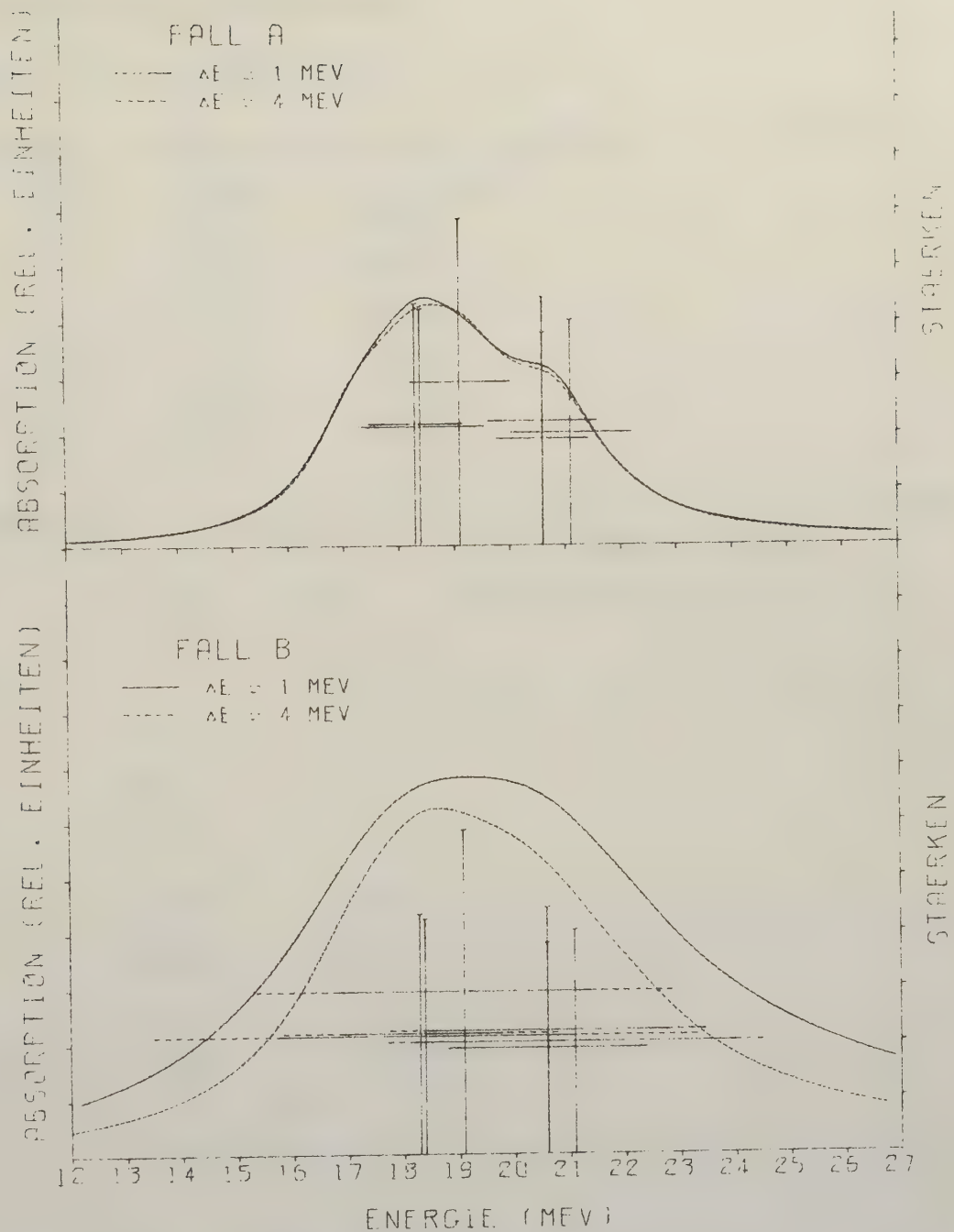
2) U^{240} Quadrupolriesenresonanz(1plh)-Basis: 49 (1plh)-Zustände mit $2\hbar\omega$ AnregungEigenzustände: 6 Eigenzustände mit Quadrupolstärken über 4%

Nr.	QS/%	E/MeV	$E_{\text{kor.}}/\text{MeV}$
1	5,8	17,6	21,1
2	5,5	17,2	20,7
3	6,5	17,2	20,6
4	8,4	15,7	19,2
5	6,2	15,0	18,5
6	6,3	14,9	18,4

(2p2h)-Zustände: im Energiebereich 12 - 25 MeV 179 968 Zustände
 12 - 22 MeV 106 334
 22 - 25 MeV 73 634

Kriterien:

Nr.	K_1	K_2
1	3800	0,63
2	2800	0,5
3	3300	0,58
4	2500	0,56
5	2800	0,7
6	1950	0,55



Breiten von Quadrupolriesenresonanzen U^{240}

Nr	QS/%	E/MeV	$\Delta E =$	Ausschmierung							
				Fall A				Fall B			
				1	2	3	4	1	2	3	4
1	5,8	21,1	1,9	2,1	2,2	2,2	2,2	6,4	6,8	6,4	5,8
2	5,5	20,7	1,6	1,6	1,7	1,7	1,7	3,5	3,6	3,5	3,3
3	6,5	20,6	1,9	1,9	1,9	2,0	2,0	5,8	5,0	4,6	4,3
4	8,4	19,2	1,9	1,7	1,6	1,6	1,6	7,5	6,1	5,2	4,6
5	6,2	18,5	2,0	2,3	2,3	2,2	2,2	9,8	7,4	6,1	5,2
6	6,3	18,4	1,5	1,7	1,7	1,6	1,6	5,0	3,7	3,2	2,8

3) Zr⁹⁰ Quadrupolriesenresonanz

(1p1h)-Basis: 48 Zustände mit $2\hbar\omega$ Anregung

Eigenzustände: 6 Eigenzustände haben Quadrupolstärken über 4%

Nr.	QS/%	E/MeV	$E_{kor.}/MeV$
1	11,9	20,2	28,2
2	5,9	18,9	26,9
3	9,5	17,3	25,3
4	17,0	16,5	24,5
5	9,9	16,0	23,9
6	5,6	13,3	21,3

(2p2h)-Zustände: im Energiebereich 20 - 35 MeV 39 270 Zustände
 " " 20 - 30 MeV 14 962 "
 " " 30 - 35 MeV 24 308 "

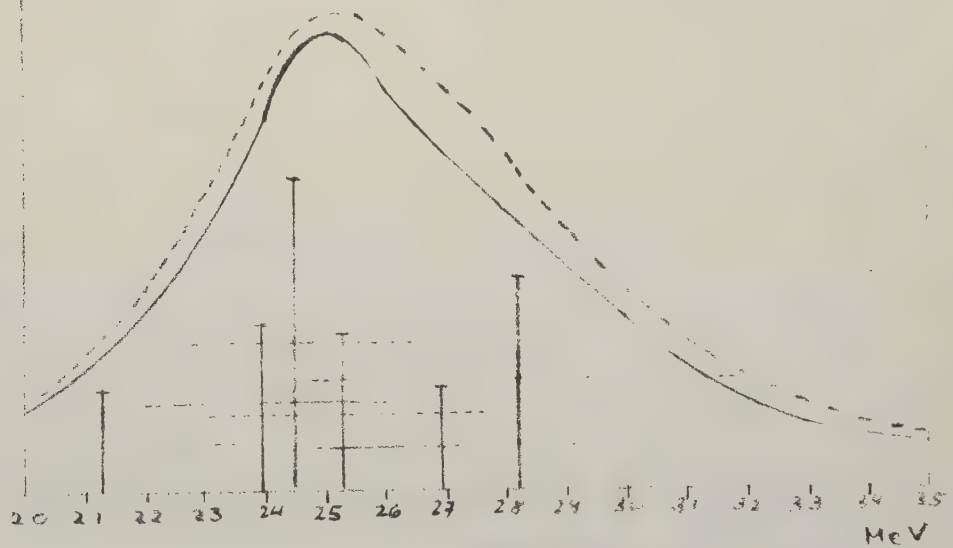
Kriterien:

Nr.	K_1	K_2
1	2700	1,7
2	1400	1,2
3	1120	1,3
4	1500	1,95
5	1350	2,0
6	760	1,95

Fall A



Fall B



Energie

MeV

90

Breiten von Quadrupolresonanzen Zr

Ausschmierung

Nr.	OS/%	E/MeV	ΔE	Fall A				Fall B			
				1	2	3	4	1	2	3	4
1	11,9	28,2		8,1	7,4	7,2	7,2	6,9	6,3	6,3	6,8
2	5,9	26,9		4,9	5,2	5,4	5,5	4,0	3,1	4,2	4,3
3	9,5	25,3		4,8	5,0	5,3	5,6	2,0	3,5	4,1	4,4
4	17,0	24,5		7,1	7,6	7,9	7,8	2,2	2,8	3,8	4,1
5	9,9	23,9		7,5	7,5	7,7	7,8	3,9	3,5	3,4	3,6
6	5,6	21,3		7,6	6,2	5,6	5,2	4,5	3,2	2,5	2,4

4) Ni^{60} Quadrupolriesenresonanz

(1plh)-Basis: 36 (1plh)-Zustände mit $2\hbar\omega$ Anregung

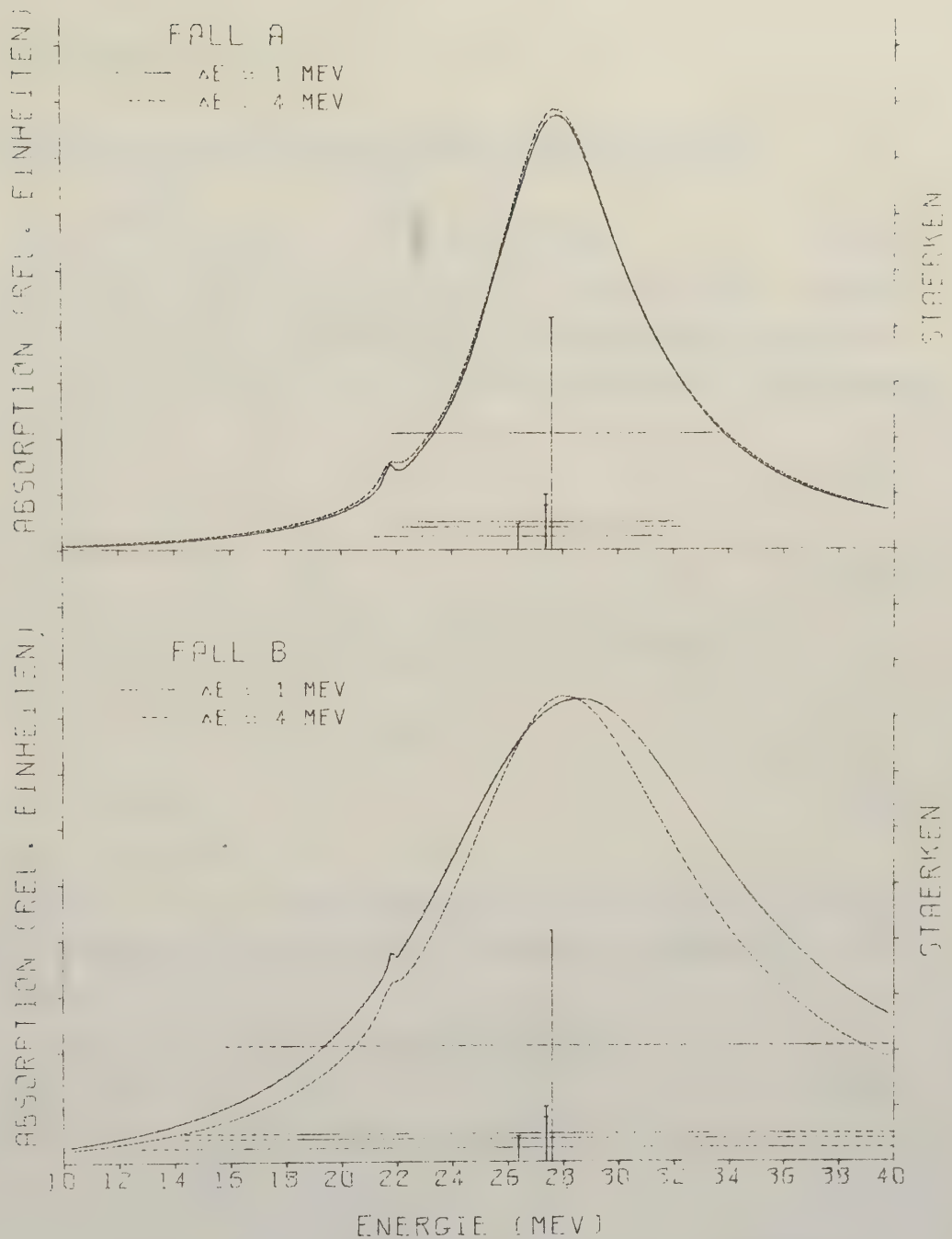
Eigenzustände: 4 Zustände mit Quadrupolstärken über 4%

Nr.	QS/%	E/MeV	E _{kor.} /MeV
1	45,5	19,7	27,7
2	8,8	19,6	27,6
3	10,7	19,5	27,5
4	5,0	18,5	26,5

(2p2h)-Zustände: im Energiebereich 10 - 36 MeV 12 428 Zustände
 " " 10 - 30 MeV 6 881 "

Kriterien:

Nr.	K ₁	K ₂
1	541	1,3
2	470	1,1
3	420	1,02
4	370	1,1



Breiten von Quadrupolriesenresonanzen Ni^{60}

Nr	QS/%	E/MeV	Ausschmierung							
			Fall A				Fall B			
			$\Delta E = 1$	2	3	4	1	2	3	4
1	45,5	27,7	5,6	6,1	5,8	5,6	12,4	12,2	10,6	9,6
2	8,8	27,6	4,8	5,2	5,0	4,8	13,1	11,8	10,1	8,9
3	10,7	27,5	4,3	4,7	4,5	4,3	13,1	11,8	10,1	9,8
4	5,0	26,5	5,3	4,6	4,7	4,6	13,6	10,4	10,7	9,8

Anhang A: Effektive Ladungen

Der Dipoloperator hat im Laborsystem die Form

$$\vec{D}_L = \sum_{i=1}^A e_i \vec{r}_i Y_{1,0}(\Omega) = \sum_{i=1}^A e_i (r_i)_\mu \quad (\text{A},1)$$

Da Riesenresonanzen innere Bewegungen des Kernes sind, muß der Dipoloperator auf das Schwerpunktsystem transformiert werden.

Aus den allgemeinen Formeln für den Schwerpunkt und die Schwerpunktskoordinaten

$$\vec{R} = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^A \vec{r}_i \quad (\text{A},2)$$

$$\vec{x}_i = \vec{r}_i - \vec{R} \quad (\text{A},3)$$

erhält man für den ortsfesten Dipoloperator die Form

$$D = \sum e_i \vec{x}_i + e Z \vec{R} \quad (\text{A},4)$$

mit $e_i = \begin{cases} e & \text{Proton} \\ 0 & \text{Neutron} \end{cases} \quad (\text{A},5)$

Der Dipoloperator D' im Schwerpunktsystem kann nun aus dem ortsfesten Dipoloperator mit Hilfe von "Effektiven Ladungen" dargestellt werden:

$$\begin{aligned} D' = \sum e_i \vec{x}_i &= \sum e_i \vec{r}_i - e \frac{Z}{A} \sum_{i=1}^A \vec{r}_i \\ &= \sum \vec{r}_i \left(e_i - e \frac{Z}{A} \right) \end{aligned} \quad (\text{A},6)$$

$$D' = \sum_{i=1}^A \vec{r}_i e_{\text{eff}} \quad (\text{A},7)$$

mit $e_{\text{eff}} = \begin{cases} e(1-Z/A) = eN/A & \text{für ein einzelnes Proton} \\ -eZ/A & \text{für ein einzelnes Neutron} \end{cases} \quad (\text{A},8)$

Daraus folgt für den Dipoloperator im Schwerpunktsystem

$$D' = e \frac{N}{A} \sum_{i=1}^A \vec{r}_i - \frac{eZ}{A} \sum_{i=1}^A \vec{r}_i \quad (\text{A},9)$$

Für den Quadrupoloperator gelten näherungsweise die effektiven Ladungen

$$e_{\text{eff}} = \begin{cases} e \left(1 + \frac{Z-2A}{A^2} \right) & \text{für ein Proton} \\ eZ/A^2 & \text{für ein Neutron} \end{cases} \quad (\text{A},10)$$

Anhang B: Phasenfaktoren von Lochoperatoren.

G.E.Brown ¹⁸⁾ gibt eine einfache Erklärung des Phasenfaktors $(-)^{j-m}$ von Lochoperatoren (siehe Wellenfunktionen Kap. III): Die Aufgabe ist, dem Lochoperator die gleichen Transformationseigenschaften unter Rotationen zu geben, die auch für den Teilchenoperator gelten.

Betrachten wir zunächst die Wellenfunktion von den $N = 2j+1$ Teilchen einer abgeschlossenen Unterschale (Vorfaktoren werden vernachlässigt)

$$\psi_0 = a_{j+1}^+ a_{j+1}^+ \dots a_{j-j}^+ |0\rangle \quad (B,1)$$

oder in Determinantenschreibweise (nicht normiert)

$$\psi_0 = \begin{vmatrix} \psi_{j+1}(x_1) & \psi_{j+1}(x_2) & \dots & \psi_{j+1}(x_N) \\ \psi_{j+1}(x_1) & \psi_{j+1}(x_2) & \dots & \psi_{j+1}(x_N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_{j-j}(x_1) & \psi_{j-j}(x_2) & \dots & \psi_{j-j}(x_N) \end{vmatrix} \quad (B,2)$$

Bilden wir das Matrixelement zwischen ψ_f und ψ_0 eines Einteilchenoperators

$$O = \sum_{i=1}^N O(x_i) \quad (B,3)$$

so erhalten wir für den Endzustand ψ_f

$$\begin{aligned} \psi_f = O(x_e) \psi_0(x_1, \dots, x_N) &= \sum_{M,k} a_{JM}^+ a_{JM} \psi_0 \\ &= \sum_{M,k} c_{Mk} \psi_{JM}(x_e) \phi_j^{-k}(x_1, \dots, x_{e-1}, x_{e+1}, \dots, x_N) \end{aligned} \quad (B,4)$$

ϕ_j^{-k} entspricht ψ_0 von dem die Spalte l und die Reihe k gestrichen wurden, $\psi_{JM}(x)$ ist eine Einteilchenwellenfunktion

der unbesetzten Schale J . Um den Faktor c_{Mk} zu erhalten, multipliziert man die Gleichung (B,4) mit $\psi_{JM} \phi_j^{-k}$ und integriert:

$$C_{nk} = \int \psi_{jn}^* \phi_j^{k*} O(x_e) \psi_0(x_1, \dots, x_n) d^3x_e d^3x_1 \quad (B,5)$$

Durch Hochschieben der k-ten Zeile von ψ_0 auf die 1. Zeile und Nachrücken der (k-1) ersten Zeilen erhält man aus ψ_0

$$\psi_0 = (-)^{d-k} \sum_m \psi_{jm}(x_e) \hat{\phi}_j^{k-m}(x_1, x_{e-1}, x_{e+1}, \dots, x_n) \quad (B,6)$$

Nach Integration

$$\int \phi_j^{-k*} \hat{\phi}_j^{k-m} d^3x_1 d^3x_{e-1} d^3x_{e+1} d^3x_n = \delta_{km} \quad (B,7)$$

erhält man sofort

$$C_{nk} = (-)^{d-k} \int \psi_{jn}^*(x_e) O(x_e) \psi_{jk}(x_e) dx_e \quad (B,8)$$

In der Schreibweise der zweiten Quantisierung ist

$$C_{nk} = (-)^{d-k} \langle \psi_f | a_{jn}^+ a_{jk} | \psi_0 \rangle \quad (B,9)$$

d.h. durch einen Einteilchenoperator wird der Teilchen-Loch-Zustand

$$|1p1n\rangle = \sum_{n,k} a_{jn}^+ b_{jk}^+ (-)^{d-k} |\psi_0\rangle \quad (B,10)$$

angeregt.

Anhang C: $\langle 2p2h | V | 2p'2h' \rangle$ Matrixelemente.

In den folgenden Gleichungen bedeutet $P(ab, cd, \dots)$ die Permutationen $a b, c d, \dots$ in dem darauffolgenden Matrixelement.

$$(\delta_{26} \delta_{48} - \delta_{28} \delta_{46}) \langle 13 | V | 57 \rangle = (\delta_{26} \delta_{48} - (-)^{j_6 + j_8 + j_H} \delta_{28} \delta_{46})$$

$$\frac{22'}{4\pi} \hat{j}_1 \hat{j}_3 \hat{j}_5 \hat{j}_7 \hat{l}_1 \hat{l}_3 \hat{l}_5 \hat{l}_7 \sum_{kL\Sigma} (-)^k (2k+1)(2L+1)(2\Sigma+1) \left\{ \begin{matrix} l_1 & l_3 & L \\ j_1 & j_3 & J_P \\ 1/2 & 1/2 & \Sigma \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} l_5 & l_7 & L \\ j_5 & j_7 & J_P \\ 1/2 & 1/2 & \Sigma \end{matrix} \right\} \left[(-)^L A_{l_1 l_3 l_5 l_7}(k) \begin{pmatrix} l_1 & l_5 & k \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \quad (C,1)$$

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} l_3 & l_7 & k \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} l_1 & l_5 & k \\ l_7 & l_3 & L \end{matrix} \right\} \langle \tau_1(1) \tau_3(2) | [a_0 + a_{\tau} \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 + \frac{(-)^{1+\Sigma}}{2\Sigma+1} (a_{\sigma} + a_{\sigma\tau} \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2)] \\ & | \tau_5(1) \tau_7(2) \rangle - (-)^{l_1 + l_3} \begin{pmatrix} l_1 & l_7 & k \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_3 & l_5 & k \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} l_1 & l_7 & k \\ l_5 & l_3 & L \end{matrix} \right\} A_{l_1 l_3 l_7 l_5}(k) \\ & \langle \tau_1(1) \tau_3(2) | [(a_0 + a_{\tau} \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) (-)^{1+\Sigma} + \frac{1}{2\Sigma+1} (a_{\sigma} + a_{\sigma\tau} \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2)] / \tau_7(1) \tau_5(2) \rangle \end{aligned}$$

$$(\delta_{15} \delta_{37} - \delta_{17} \delta_{35}) \langle 24 | V | 68 \rangle = (\delta_{15} \delta_{37} - (-)^{j_5 + j_7 + j_P} \delta_{17} \delta_{35}) \quad (C,2)$$

$$P(12, 34, 56, 78, J_P J_H) \langle 13 | V | 57 \rangle$$

$$\delta_{15} \delta_{26} \langle 38 | V | 47 \rangle = \frac{22'}{4\pi} \hat{j}_3 \hat{j}_4 \hat{j}_7 \hat{j}_8 \hat{J}_P \hat{J}_H \hat{J}_P \hat{J}_H \hat{l}_3 \hat{l}_4 \hat{l}_7 \hat{l}_8 (-)^{j_4 + j_5 + j_6 + j_8 + j_H + j_P + j_7 + l_4 + l_8}$$

$$\sum_{kL\Sigma\phi} (-)^{d+k+\Psi} (2L+1)(2\phi+1)(2\Sigma+1)(2k+1) \left\{ \begin{matrix} J_H & I_H & L \\ I_P & J_P & J \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} I_P & J_P & L \\ j_7 & j_3 & j_5 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} j_7 & j_3 & L \\ j_4 & j_8 & \phi \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} j_4 & j_8 & L \\ J_H & I_H & j_6 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} l_3 & l_4 & \Psi \\ j_3 & j_4 & \phi \\ 1/2 & 1/2 & \Sigma \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} l_7 & l_8 & \Psi \\ j_7 & j_8 & \phi \\ 1/2 & 1/2 & \Sigma \end{matrix} \right\} \left[-2\delta_{\Psi k} A_{l_3 l_8 l_4 l_7}(k) \begin{pmatrix} l_3 & l_4 & k \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_7 & l_8 & k \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \quad (C,3)$$

$$\begin{aligned} & \langle \tau_3(1) \tau_8(2) | [(a_0 + a_{\tau} \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) \delta_{\Sigma 0} + \delta_{\Sigma 1} (a_{\sigma} + a_{\sigma\tau} \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2)] | \tau_4(1) \tau_7(2) \rangle + \\ & + (2\Psi+1) A_{l_3 l_8 l_7 l_4}(k) \left\{ \begin{matrix} l_3 & l_7 & k \\ l_8 & l_4 & \Psi \end{matrix} \right\} \begin{pmatrix} l_3 & l_7 & k \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_4 & l_8 & k \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\langle \tau_3(1) \tau_8(2) | [a_0 + a_{\tau} \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 + \frac{(-)^{\Sigma}}{2\Sigma+1} (a_{\sigma} + a_{\sigma\tau} \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2)] | \tau_7(1) \tau_4(2) \rangle \rangle$$

$$\delta_{15} \delta_{48} \langle 361V | 2\tilde{7} \rangle = (-)^{1+j_2+j_6+I_H+J_H} P(68, 24) \langle 381V | 4\tilde{7} \rangle \quad (C, 4)$$

$$\delta_{15} \delta_{28} \langle 631V | 4\tilde{7} \rangle = (-)^{1+j_6+j_8+J_H} P(68) \langle 381V | 4\tilde{7} \rangle \quad (C, 5)$$

$$\delta_{15} \delta_{46} \langle 831V | 2\tilde{7} \rangle = (-)^{1+j_2+j_4+I_H} P(24) \langle 381V | 4\tilde{7} \rangle \quad (C, 6)$$

$$\delta_{17} \delta_{26} \langle 831V | 4\tilde{5} \rangle = (-)^{1+j_5+j_7+J_P} P(57) \langle 381V | 4\tilde{7} \rangle \quad (C, 7)$$

$$\delta_{17} \delta_{48} \langle 631V | 2\tilde{5} \rangle = (-)^{j_2+j_5+j_6+j_7+J_P+J_H+I_H} P(68, 24, 57) \langle 381V | 4\tilde{7} \rangle \quad (C, 8)$$

$$\delta_{17} \delta_{28} \langle 361V | 4\tilde{5} \rangle = (-)^{j_5+j_6+j_7+j_8+J_H+J_P} P(68, 57) \langle 381V | 4\tilde{7} \rangle \quad (C, 9)$$

$$\delta_{17} \delta_{46} \langle 381V | 2\tilde{5} \rangle = (-)^{j_2+j_4+j_5+j_7+J_P+I_H} P(24, 57) \langle 381V | 4\tilde{7} \rangle \quad (C, 10)$$

$$\delta_{35} \delta_{26} \langle 811V | 4\tilde{7} \rangle = (-)^{1+j_1+j_3+I_P} P(13) \langle 381V | 4\tilde{7} \rangle \quad (C, 11)$$

$$\delta_{35} \delta_{48} \langle 611V | 2\tilde{5} \rangle = (-)^{j_1+j_2+j_3+j_6+I_P+I_H+J_H} P(13, 24, 68) \langle 381V | 4\tilde{7} \rangle \quad (C, 12)$$

$$\delta_{35} \delta_{28} \langle 161V | 4\tilde{7} \rangle = (-)^{j_1+j_3+j_6+j_8+I_P+J_H} P(13, 68) \langle 381V | 4\tilde{7} \rangle \quad (C, 13)$$

$$\delta_{35} \delta_{46} \langle 181V | 2\tilde{7} \rangle = (-)^{j_1+j_3+j_2+j_4+I_P+I_H} P(13, 24) \langle 381V | 4\tilde{7} \rangle \quad (C, 14)$$

$$\delta_{37} \delta_{26} \langle 181V | 5\tilde{4} \rangle = (-)^{1+j_4+j_5+I_P+J_P} P(13, 57) \langle 381V | 4\tilde{7} \rangle \quad (C, 15)$$

$$\delta_{37} \delta_{48} \langle 161V | 5\tilde{6} \rangle = (-)^{j_1+j_2+j_5+j_6+I_P+I_H+I_P+J_H} P(13, 57, 68, 24) \langle 381V | 4\tilde{7} \rangle \quad (C, 16)$$

$$\delta_{37} \delta_{28} \langle 611V | 5\tilde{4} \rangle = (-)^{j_1+j_5+j_6+j_8+I_P+I_H+J_P} P(13, 68, 57) \langle 381V | 4\tilde{7} \rangle \quad (C, 17)$$

$$\delta_{37} \delta_{46} \langle 811V | 5\tilde{2} \rangle = (-)^{j_1+j_2+j_4+j_5+I_P+I_H+J_P} P(13, 24, 57) \langle 381V | 4\tilde{7} \rangle \quad (C, 18)$$

Literatur:

- 1) Danos, Greiner Phys. Rev. 138, B876 (1965)
- 2) Roos Diplomarbeit 1967 nicht veröffentlicht
- 3) Barrett, Delsanto zur Veröffentlichung eingereicht
- 4) Aull, Reinhardt, Whitehead Nucl. Phys. 13, 292(1959)
- 5) Wilkinson, Physika 22, 1039
- 6) Nilsson, Mat. Fys.Medd.Dan.Vid.Selsk. 29,16(1955)
- 7) Poincaré-Theorem siehe z.B. Huang, Statist. Mechanik I
BI-Hochschultaschenbücher Bd 68
- 8) Gillet, Phys. Let. 11,44(1964)
- 9) Schiff, Quantum Mechanics, McGraw-Hill Book Comp. Inc.
- 10) Bell, Nucl.Phys. 12,117(1958)
- 11) Hugenholtz, Physika 22 354(1956)
- 12) de-Shalit-Talmi, Nuclear Shell Theory, Academic Press
- 13) Talmi, Helv. Phys. Acta 25,185 (1952)
- 14) Baumgärtner, Schuck, Kernmodelle BI 203/203a
- 15) Edmonds, Drehimpulse in der Quantenmechanik BI 53/53a
- 16) Gillet, Green, Sanderson Nucl. Phys. 88, 321
- 17) Nilsson et al., Nucl. Phys. A131,1(1969)
- 18) G.E. Brown Unified Theory of Nuclear Models

Figurenverzeichnis

- Fig. 1 Schematisches Bild des Ablaufs der Dämpfung der Riesenresonanzen
- Fig. 2 Einzelteilchenenergien nach dem Nilsson Modell 1955
- Fig. 3 " " " " " " 1969
- Fig. 4 Experimentelle Einzelteilchenenergien nach Gillet, Green und Sanderson ¹⁶⁾

In Fig. 5 bis Fig. 8 sind die Breiten der Riesenresonanzen in Abhängigkeit von der Riesenresonanzenergien aufgetragen. Links sind die Breiten nach (A), rechts nach (B) berechnet. Es wurden die minimalen und maximalen Werte der Breiten für die Ausschmierungen $E = 1 \dots 4$ MeV eingezeichnet und mit Geraden verbunden.

- Fig. 5 Dipolriesenresonanzbreiten für Pb^{208}
- 5a Pb^{208} Einzelteilchenenergien nach Fig. 2
- 5b " " " " Fig. 3
- 5c " " " " Fig. 4
- Fig. 6 Dipolriesenresonanzbreiten für U^{240} , Zr^{90} , Ni^{60}
- Einzelteilchenenergien nach dem sphärischen Nilsson Modell nach den Parametern von 1955
- Fig. 7 Quadrupolriesenresonanzbreiten für Pb^{208}
- 7a Pb^{208} nach Einzelteilchenenergien nach Fig. 2
- 7b " " " " " Fig. 3
- 7c " " " " " Fig. 4
- Fig. 8 Quadrupolriesenresonanzbreiten für U^{240} , Zr^{90} , Ni^{60}
- Einzelteilchenenergien des sphärischen Nilsson Modells nach den Parametern von 1955

In Fig. 9 bis Fig. 12 sind die Dichten der (2p2h)-Zustände aufgetragen. Durchgezogene Linien entsprechen einer Ausschmierung von $\Delta E = 1$ MeV, unterbrochene Linien entsprechen der Ausschmierung von $\Delta E = 4$ MeV

- Fig. 9 Dichten der 1^- (2p2h)-Zustände für Pb^{208}
 9a Pb^{208} Einzelteichenenergien nach Fig. 2
 9b " " " " Fig. 3
 9c " " " " Fig. 4
- Fig. 10 Dichten der 1^- (2p2h)-Zustände für U^{240} , Zr^{90} , Ni^{60}
 Einzelteichenenergien des sphärischen Nilsson Modells
 nach den Parametern von 1955
- Fig. 11 Dichten der 2^+ (2p2h)-Zustände für Pb^{208}
 11a Pb^{208} Einzelteilchenenergien nach Fig. 2
 11b " " " " Fig. 3
 11c " " " " Fig. 4
- Fig. 12 Dichten der 2^+ (2p2h)-Zustände für U^{240} , Zr^{90} , Ni^{60}
 Einzelteilchenenergien des sphärischen Nilsson Modells
 nach den Parametern von 1955

Kollektive
Anregung

Thermalisation

Prozess der
Abkühlung

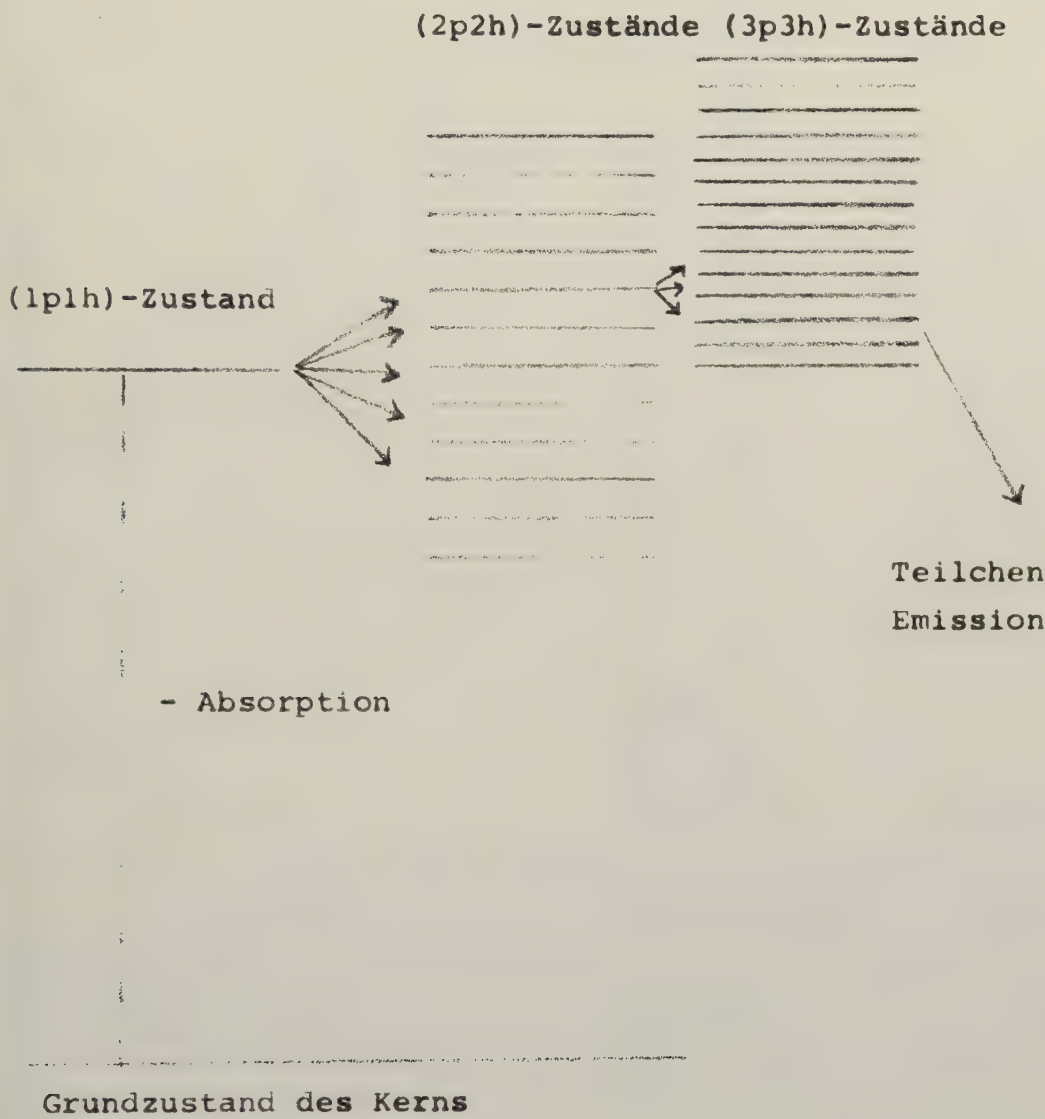


Fig. 1

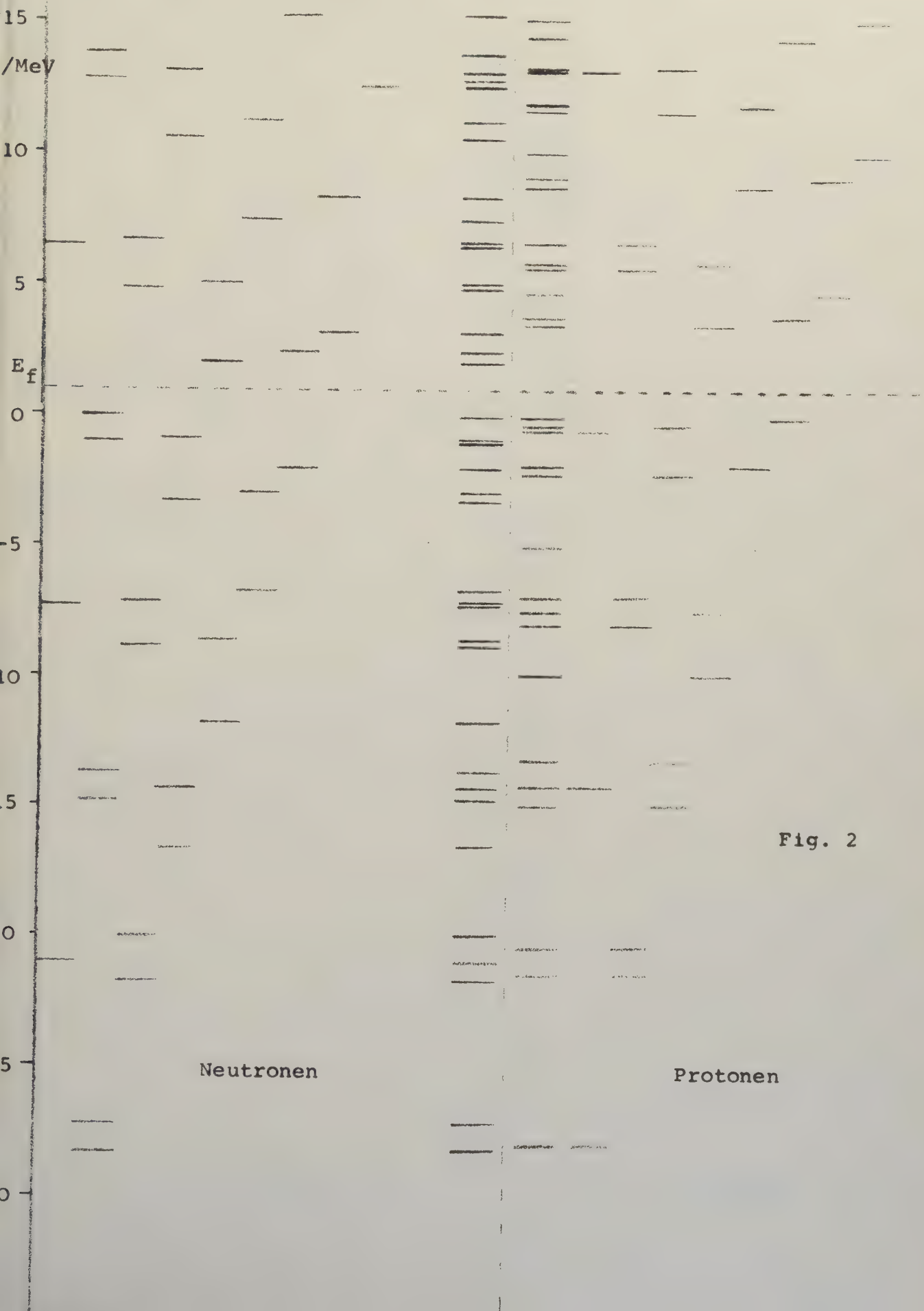


Fig. 2

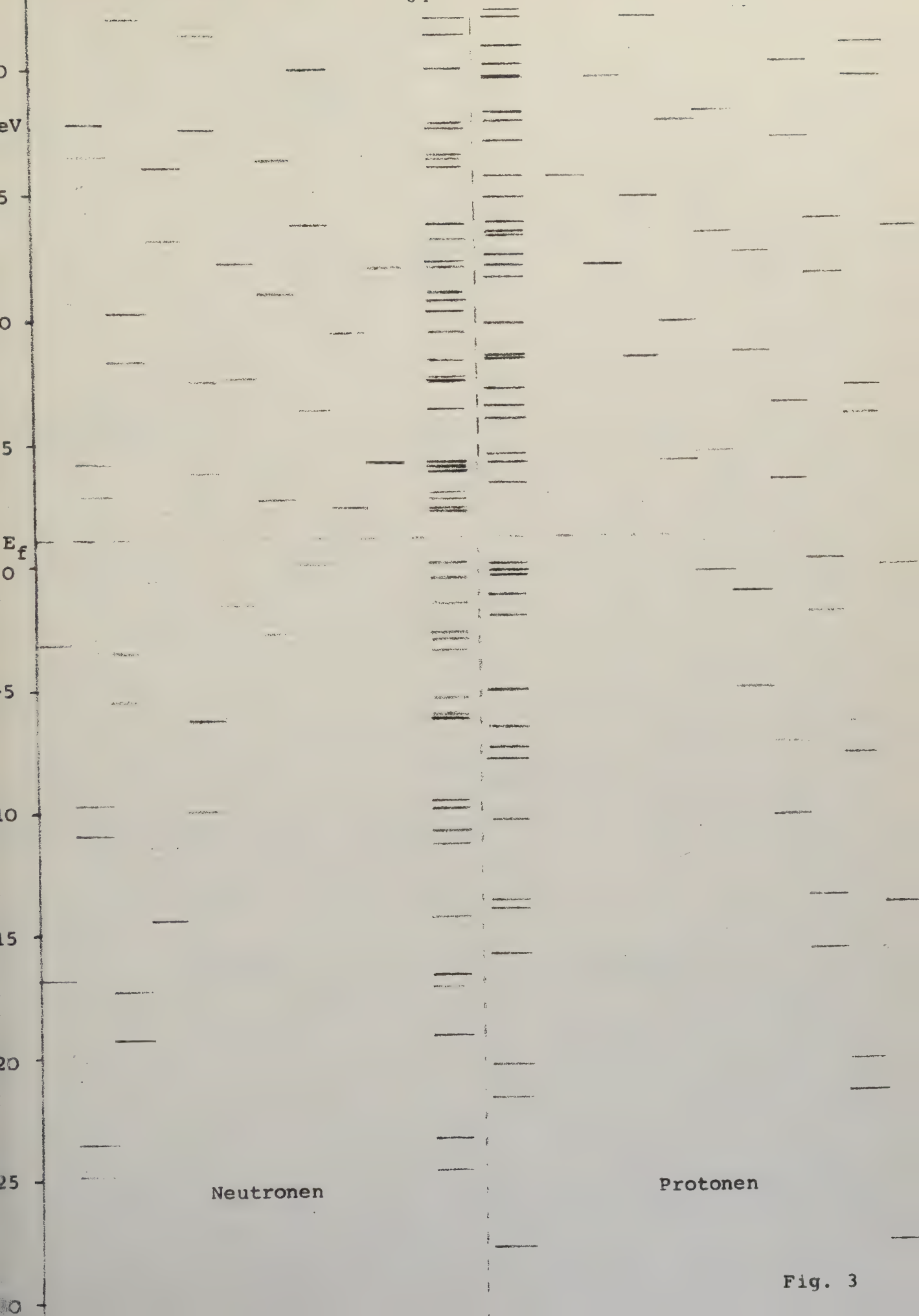


Fig. 3

Fig. 4

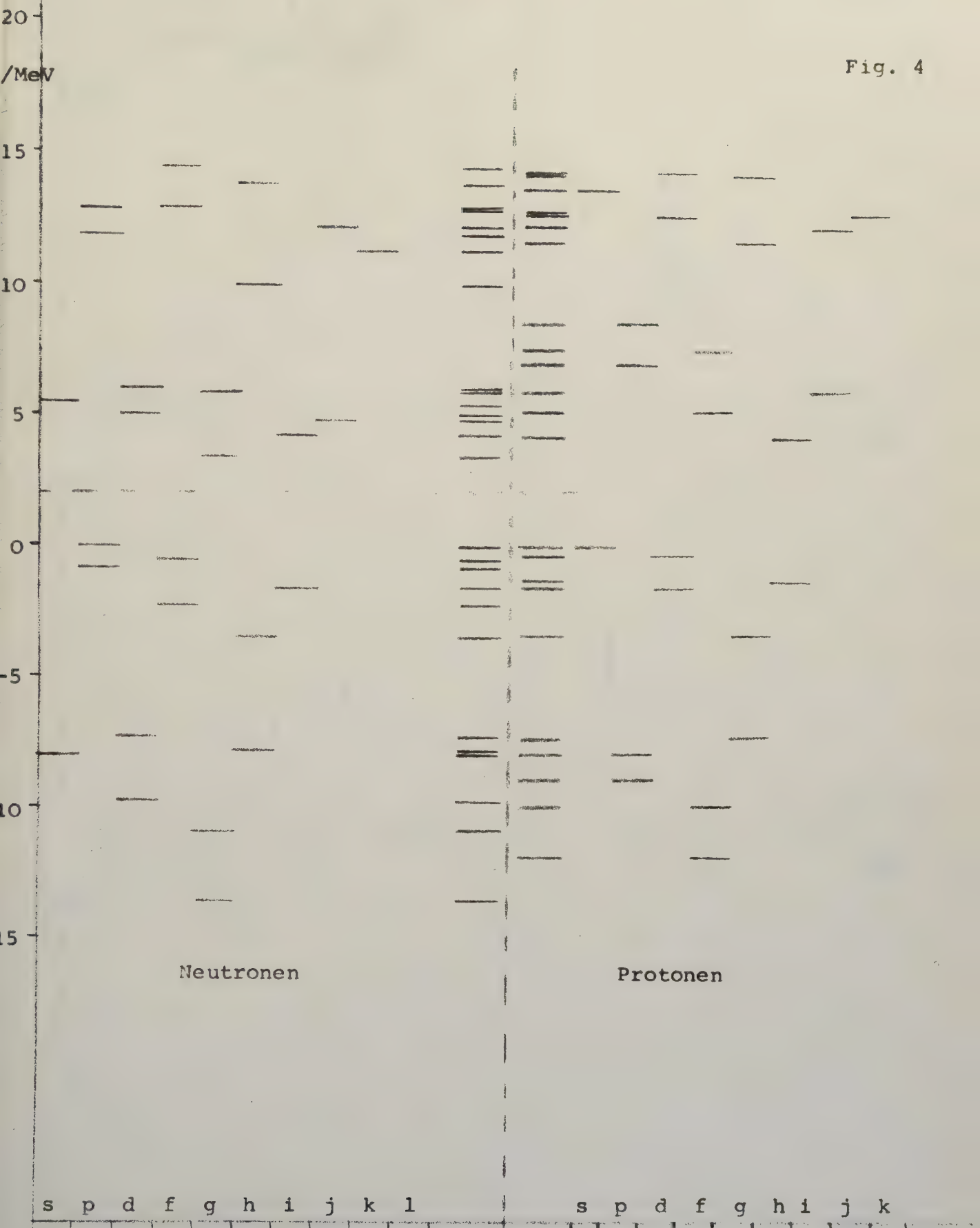
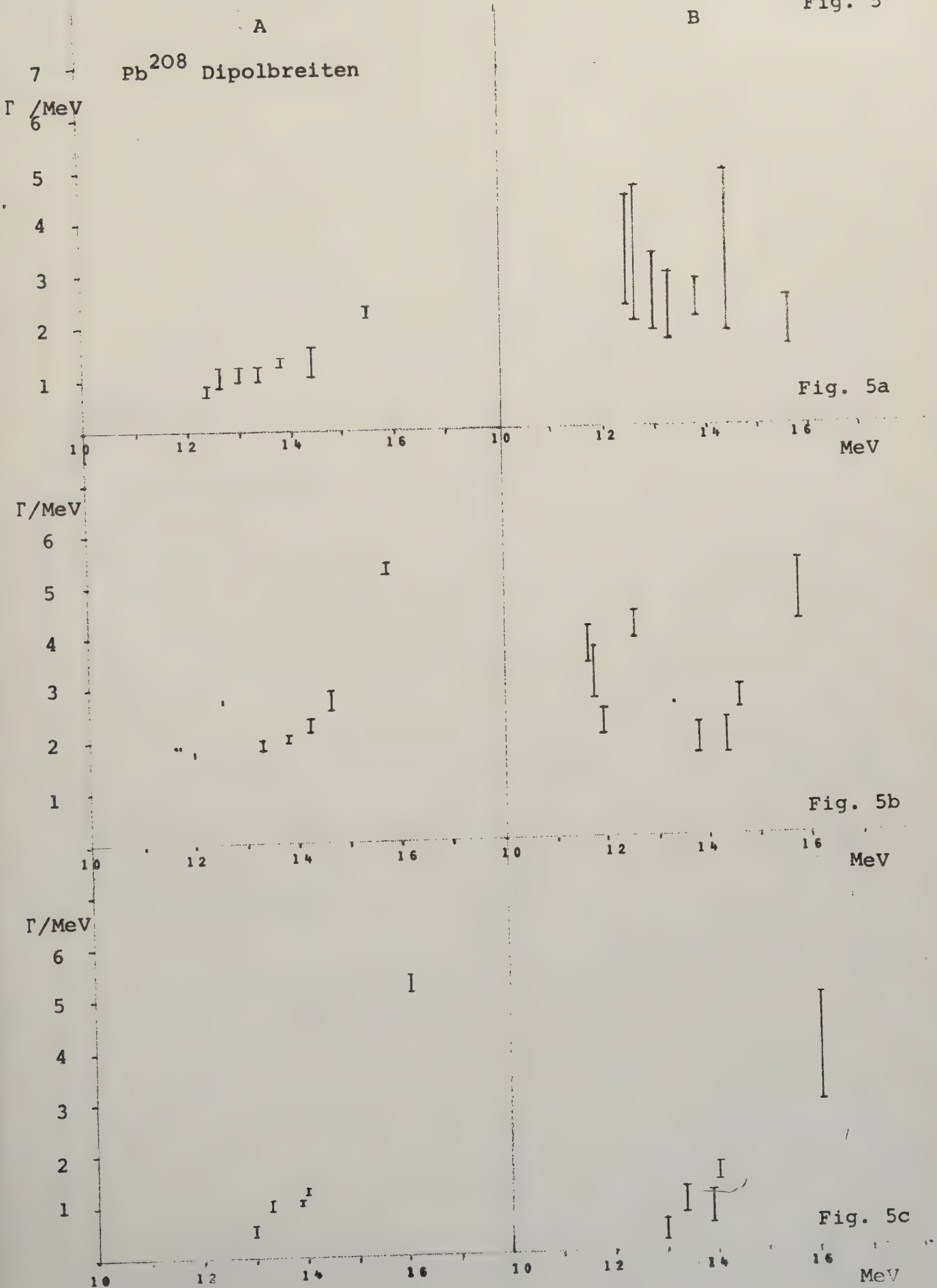
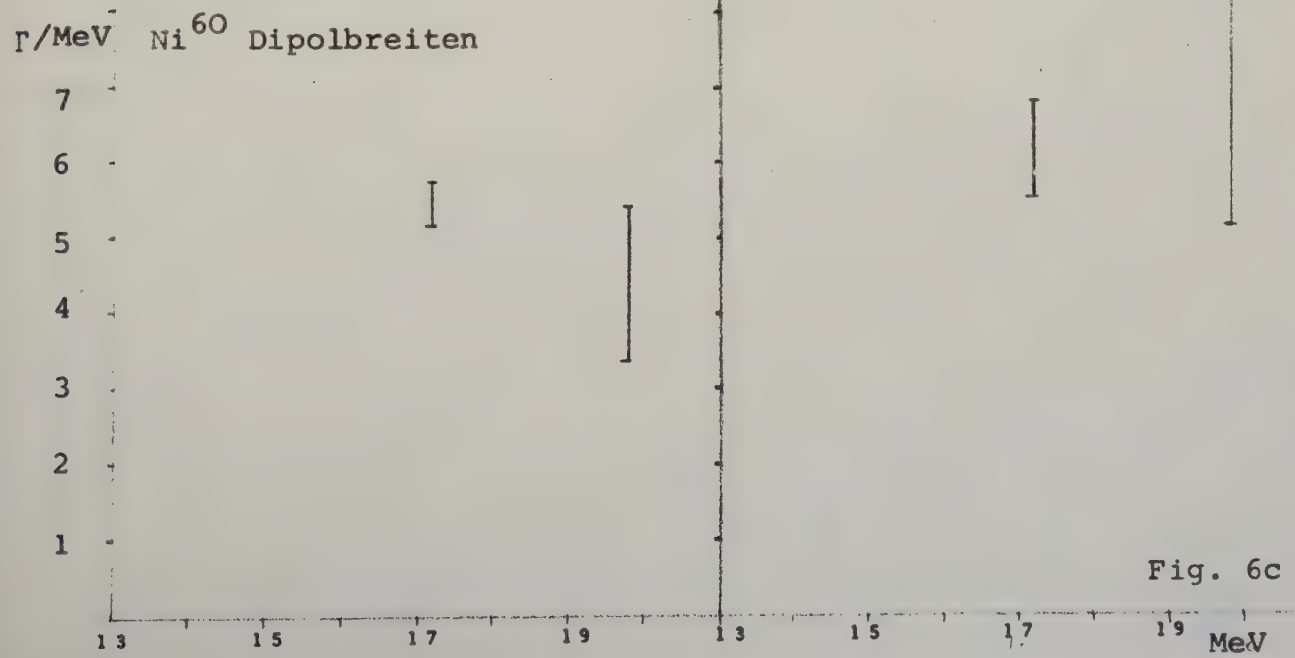
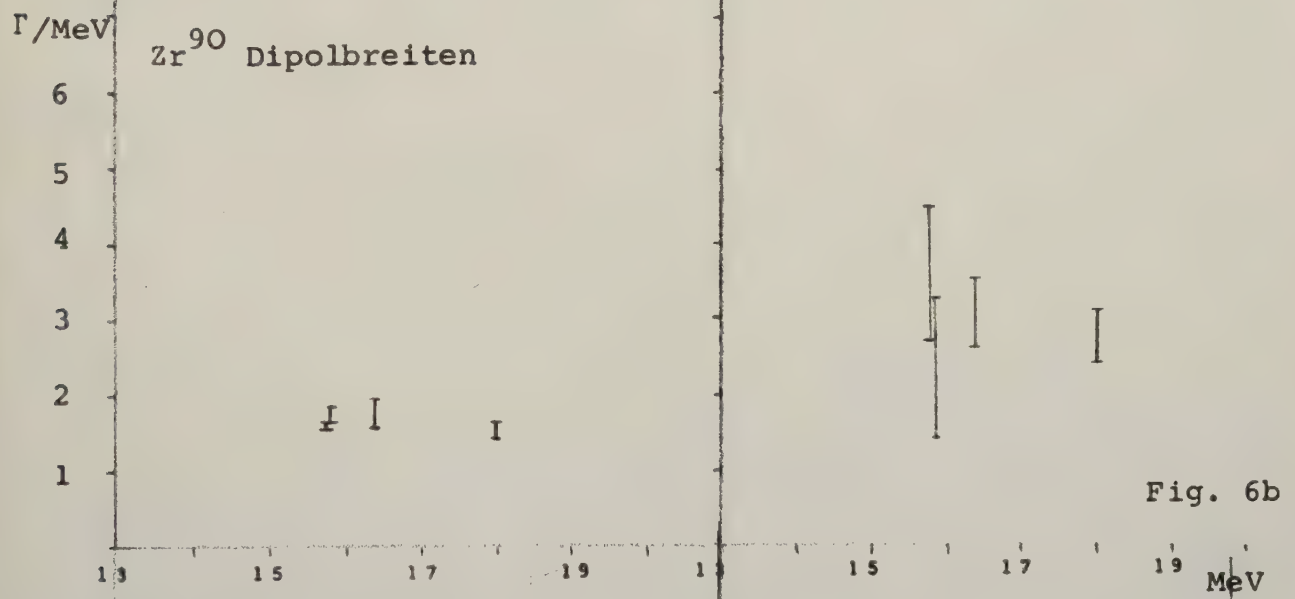
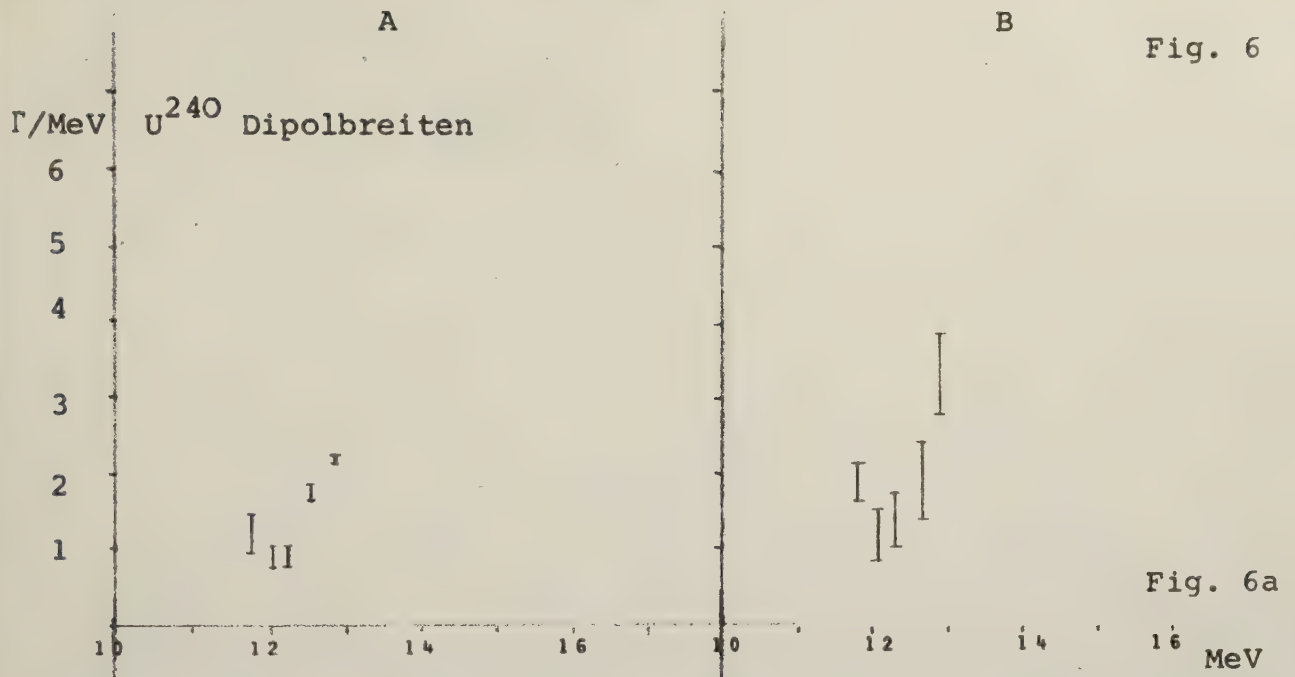


Fig. 5





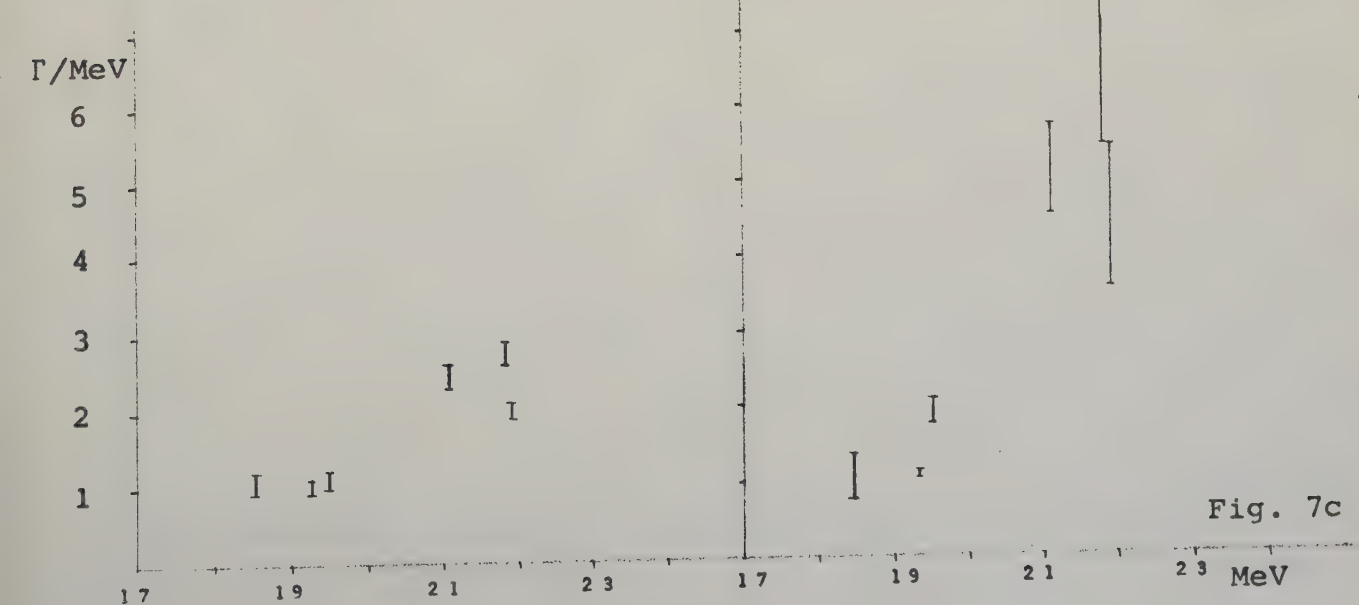
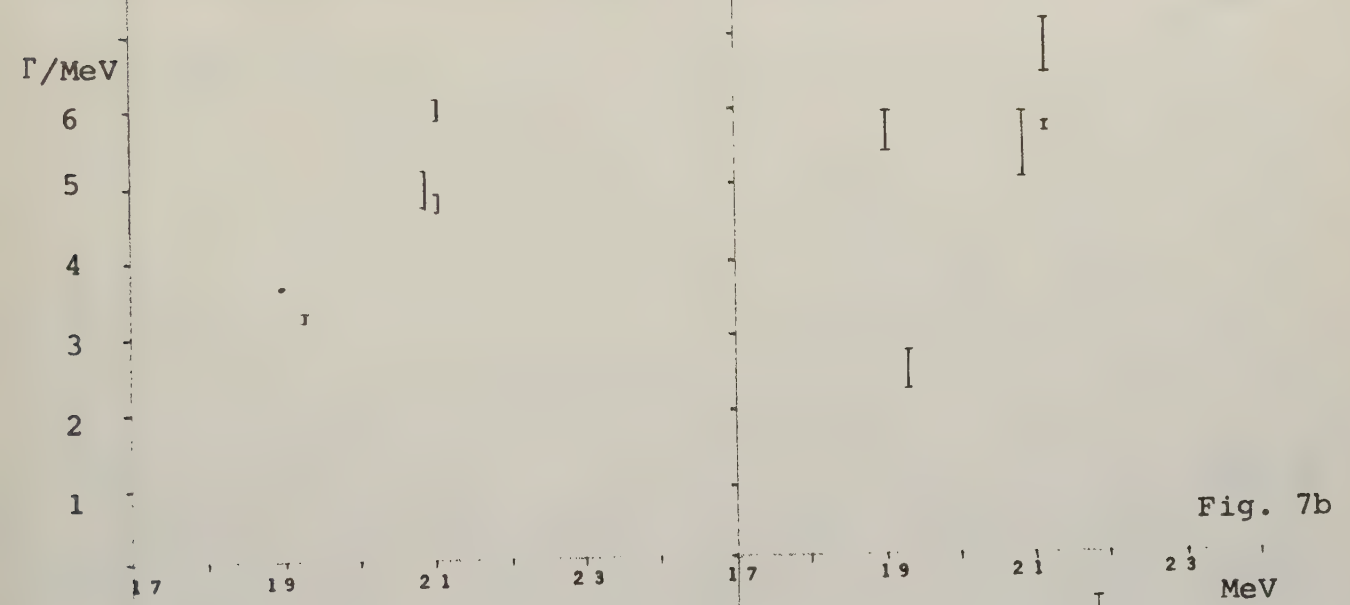
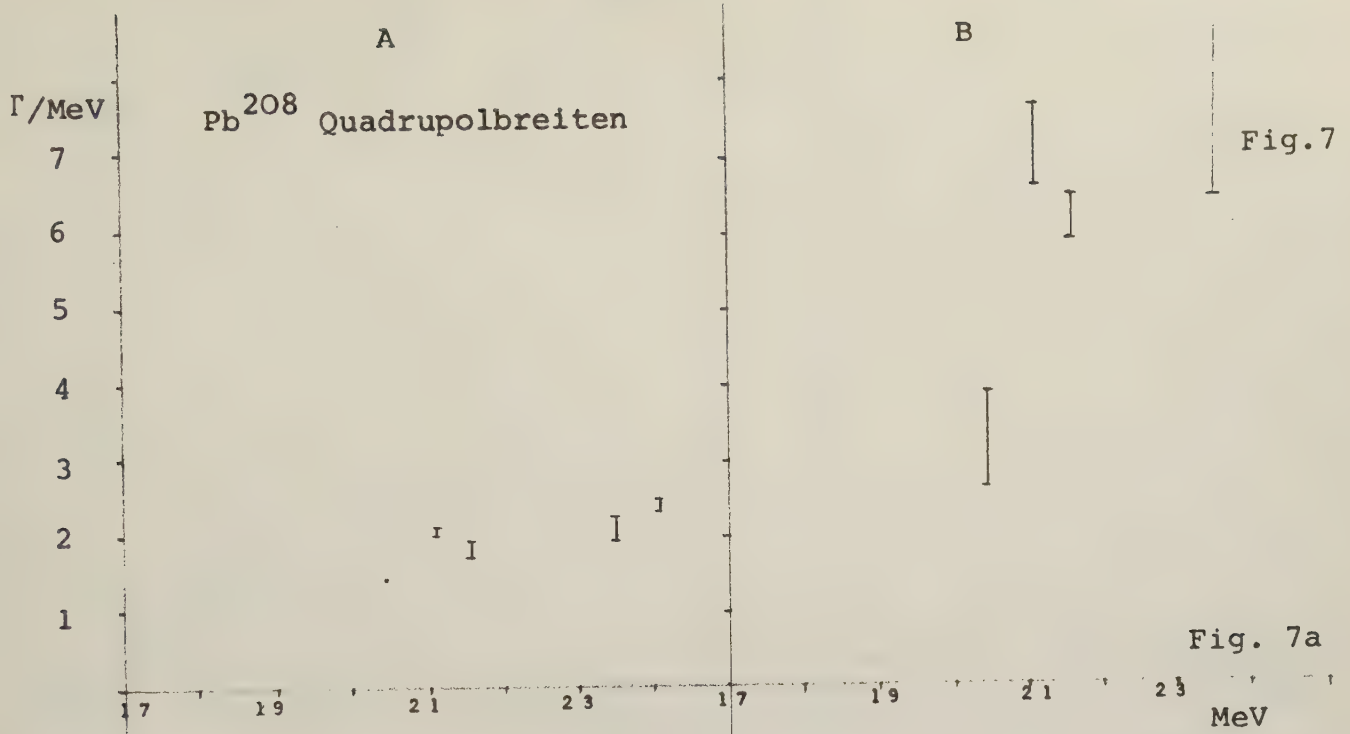


Fig. 8

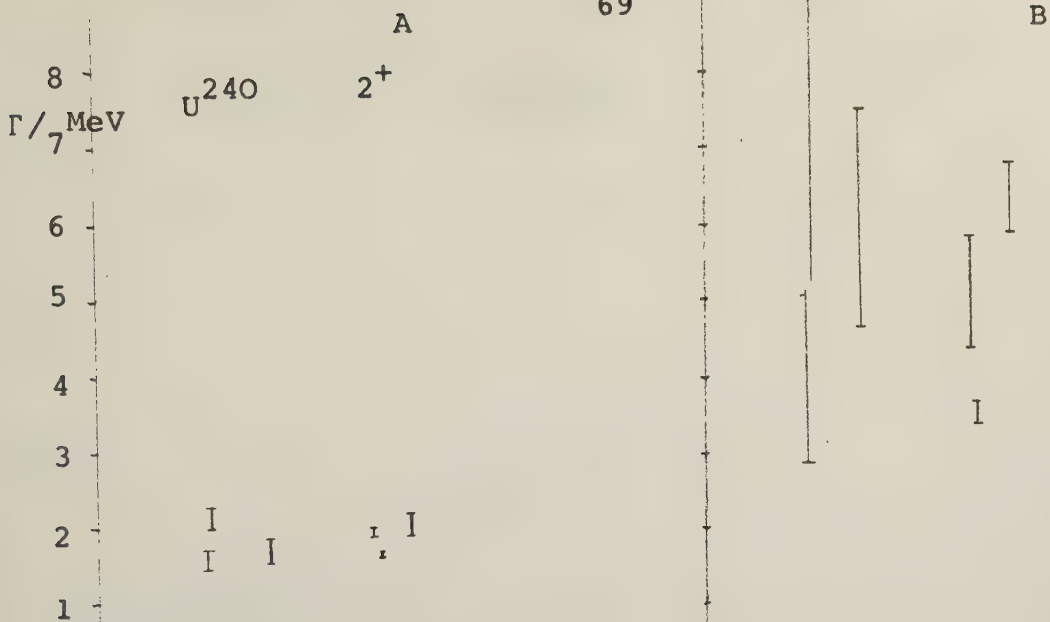


Fig. 8a

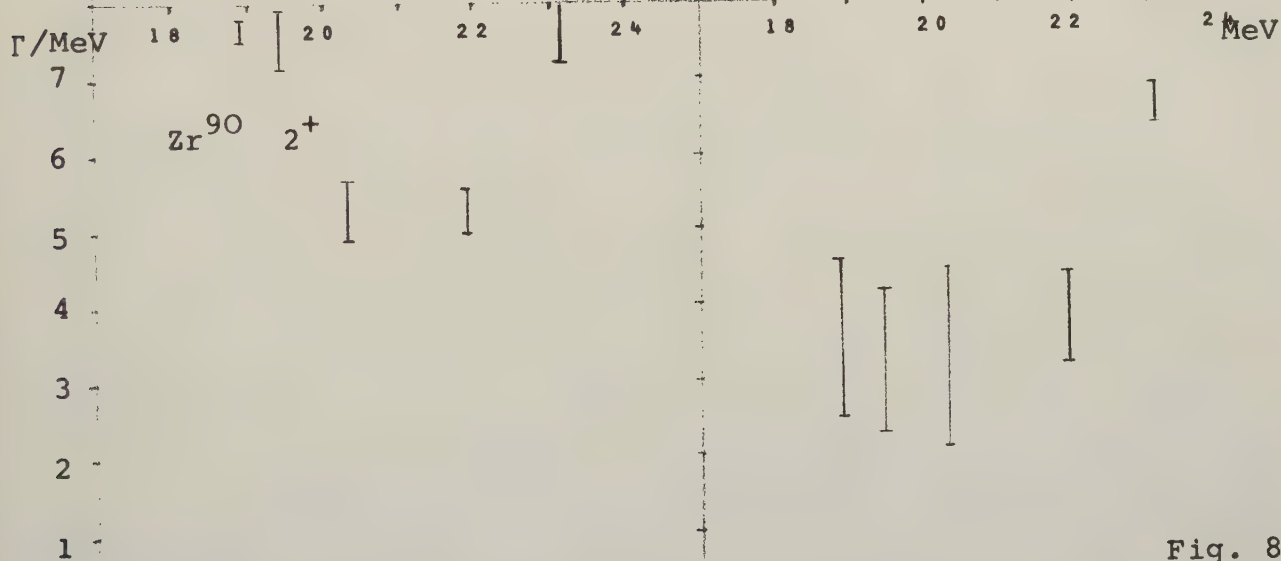


Fig. 8b

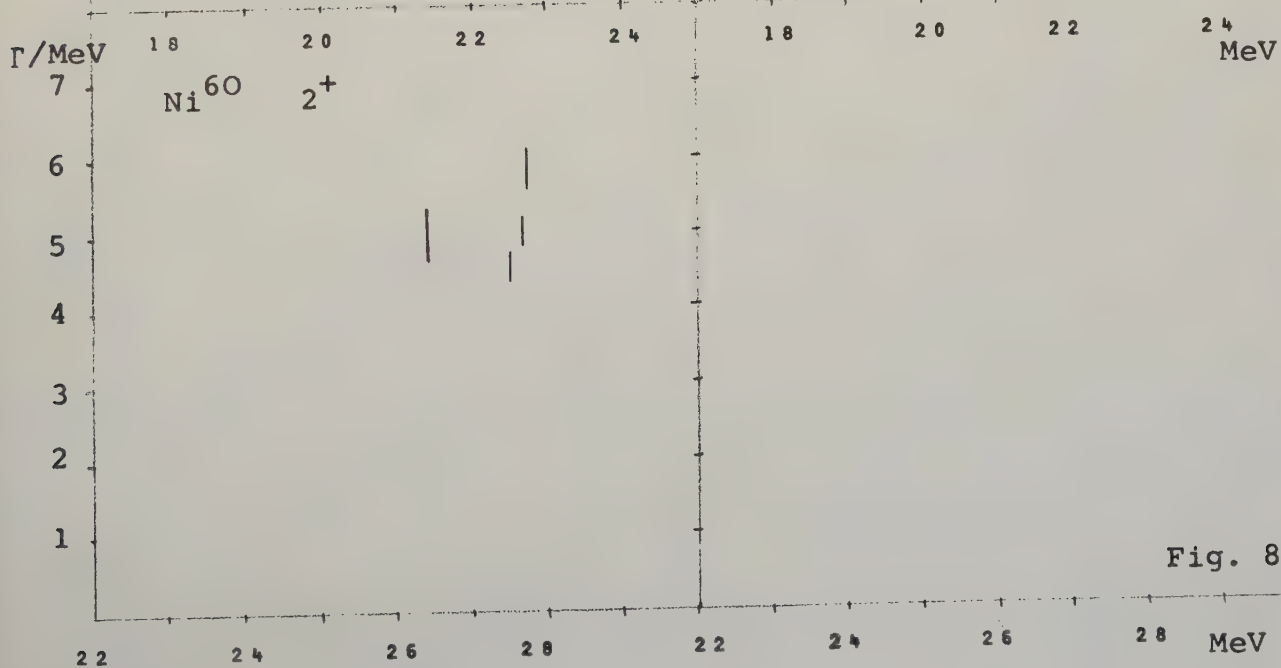


Fig. 8c

Fig. 9

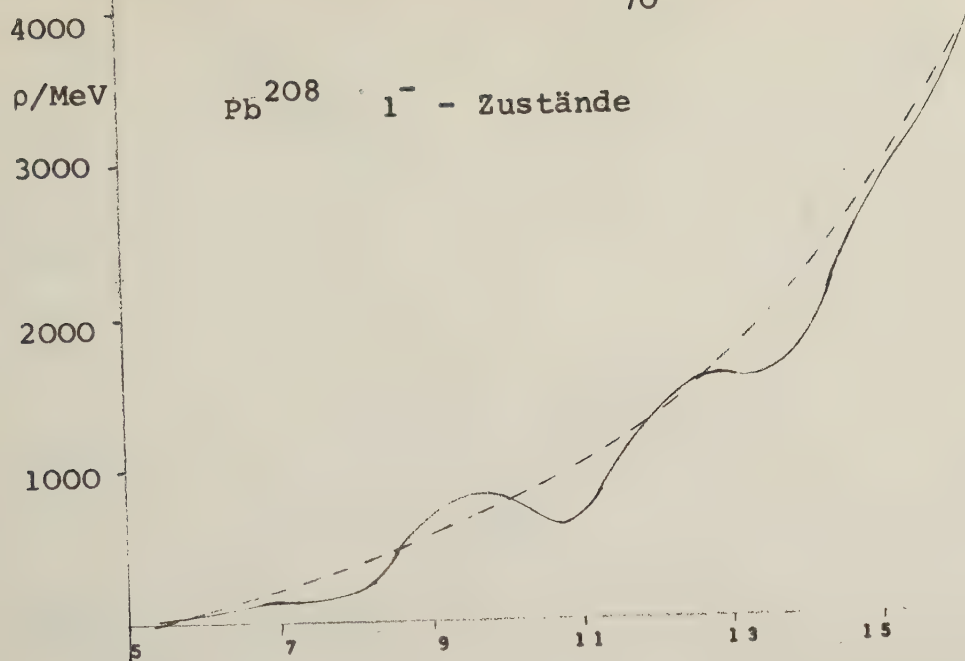


Fig. 9a



Fig. 9b

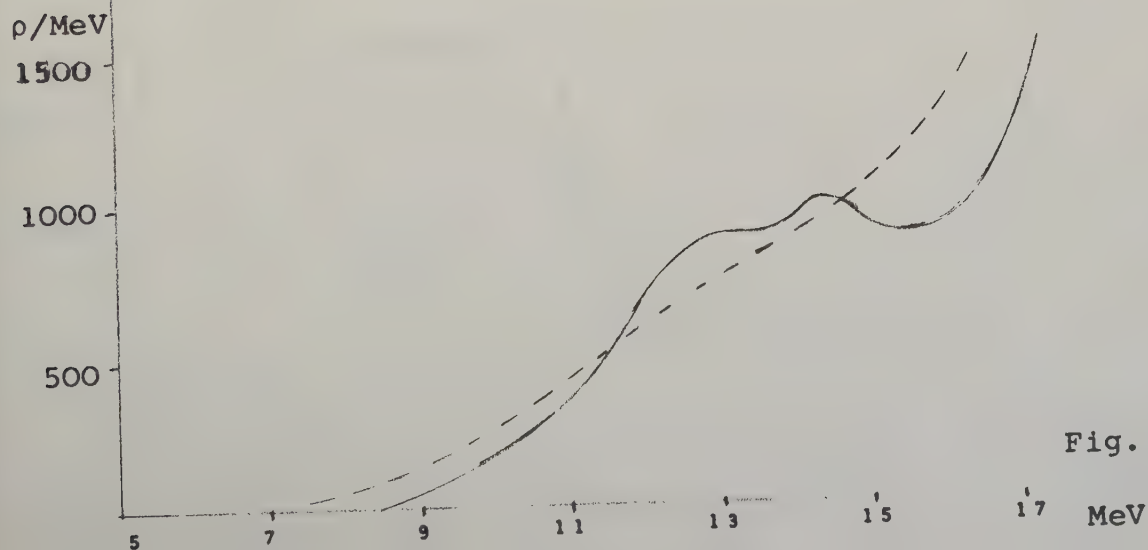


Fig. 9c

U^{240}
 1^- -Zustände

Fig. 10

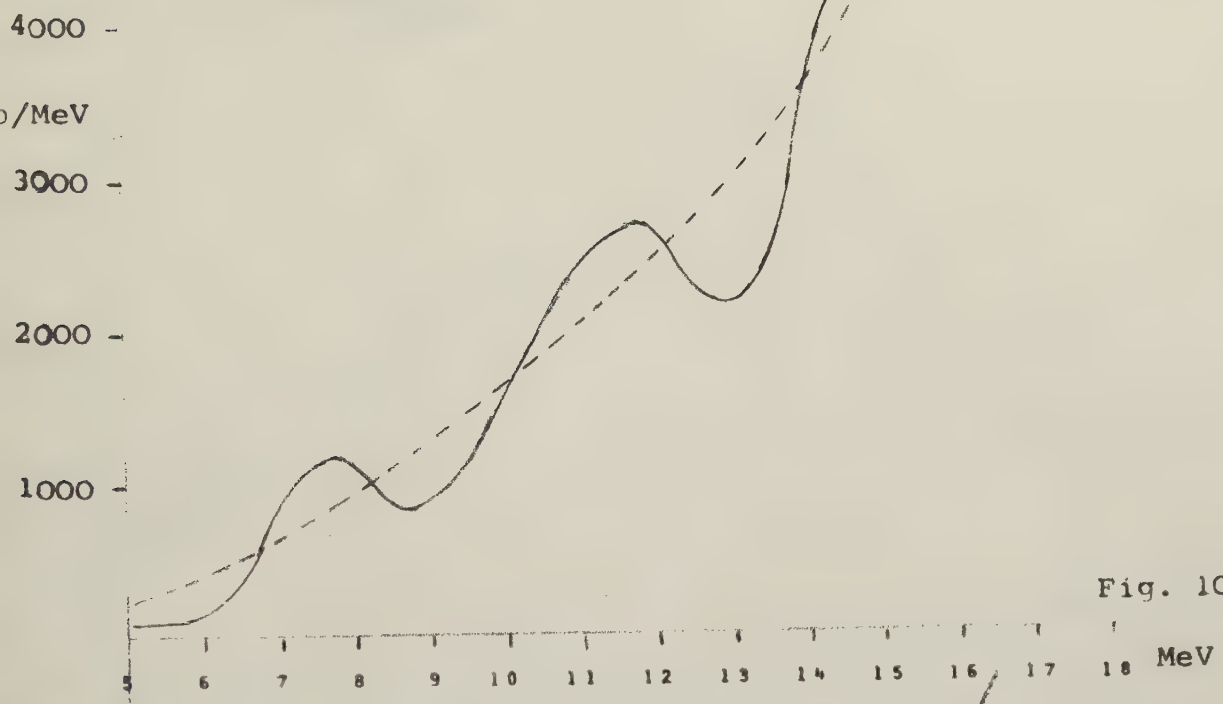


Fig. 10a

Zr^{90}
 1^- -Zustände

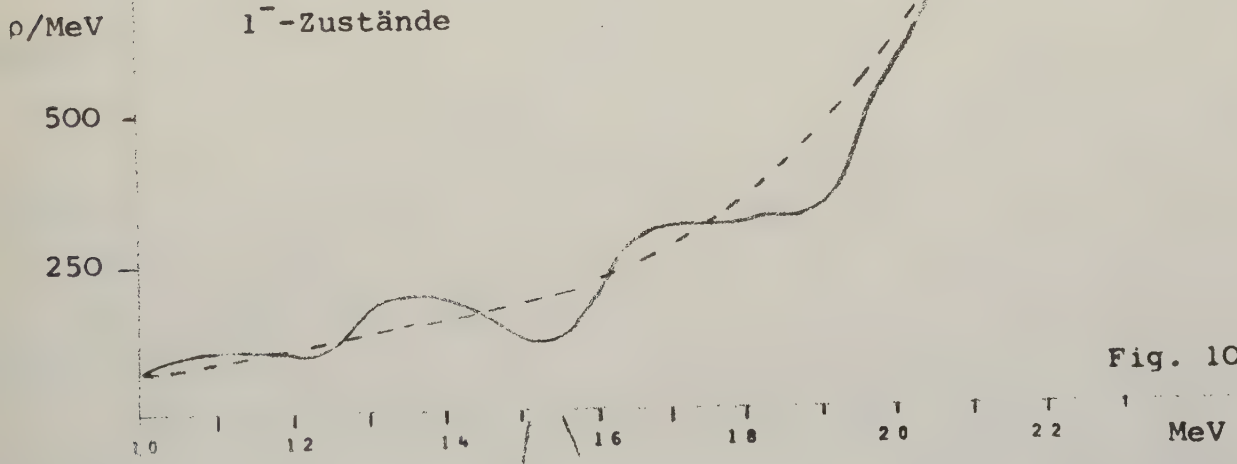


Fig. 10b

Ni^{60}
 1^- -Zustände

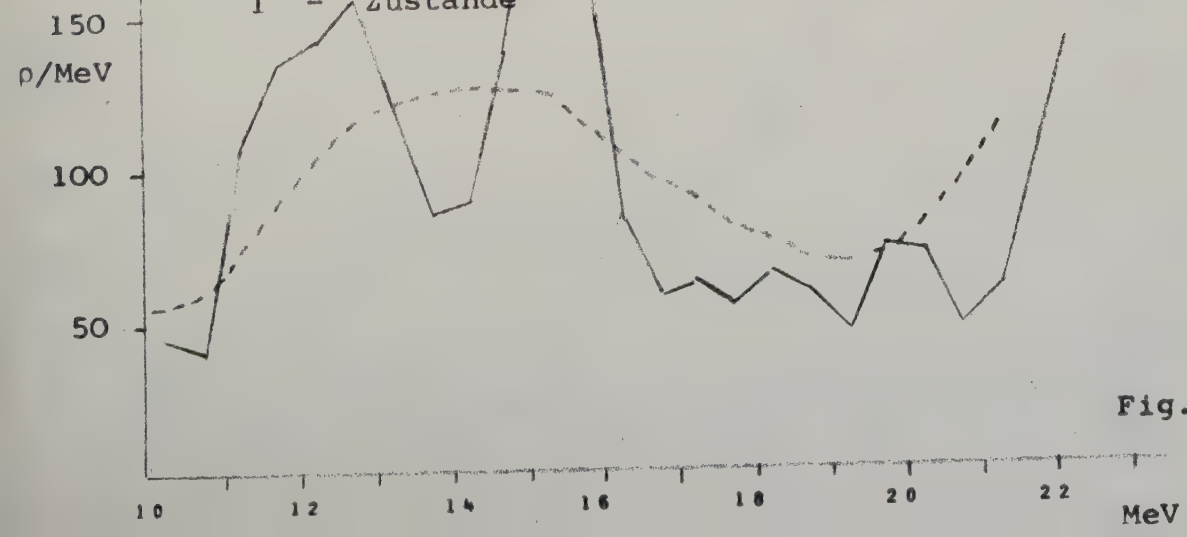


Fig. 10c

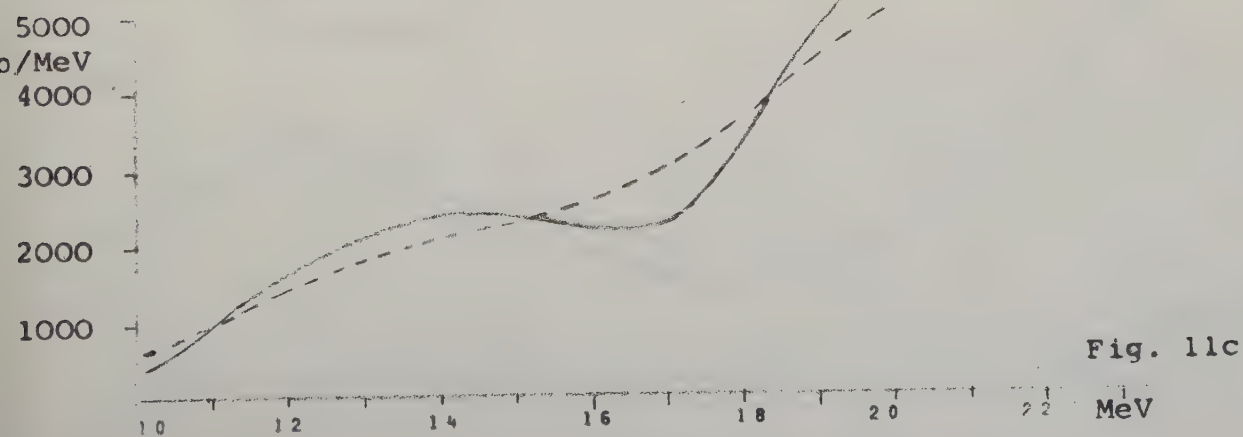
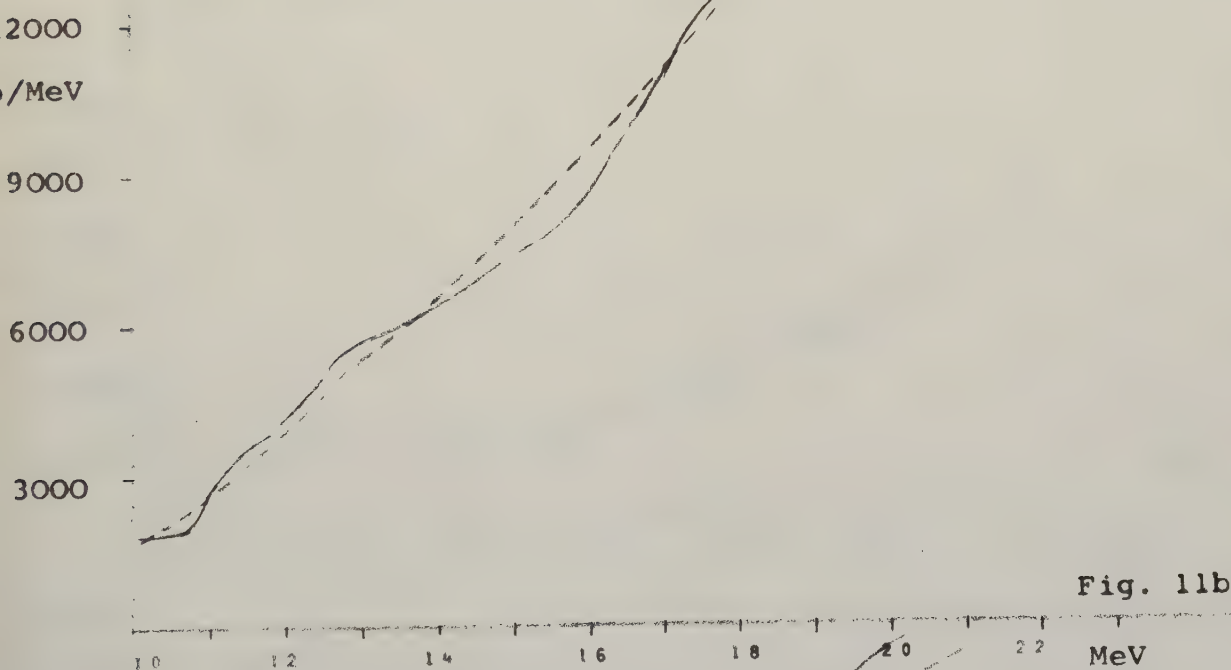
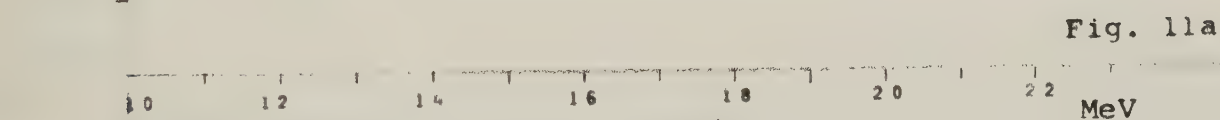
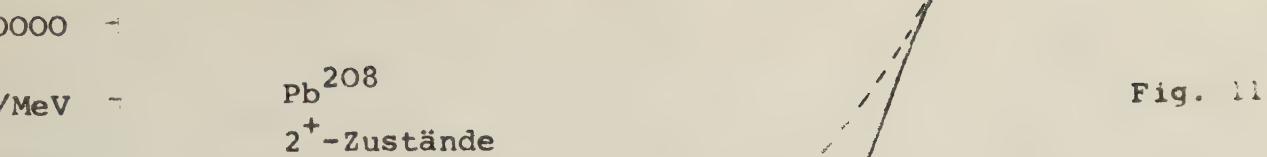
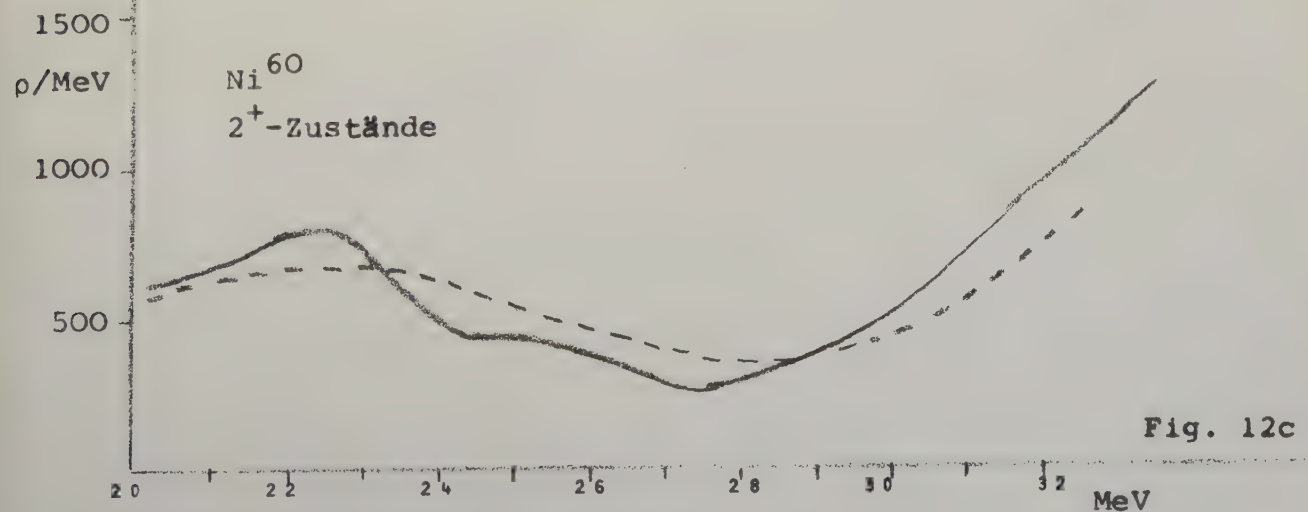
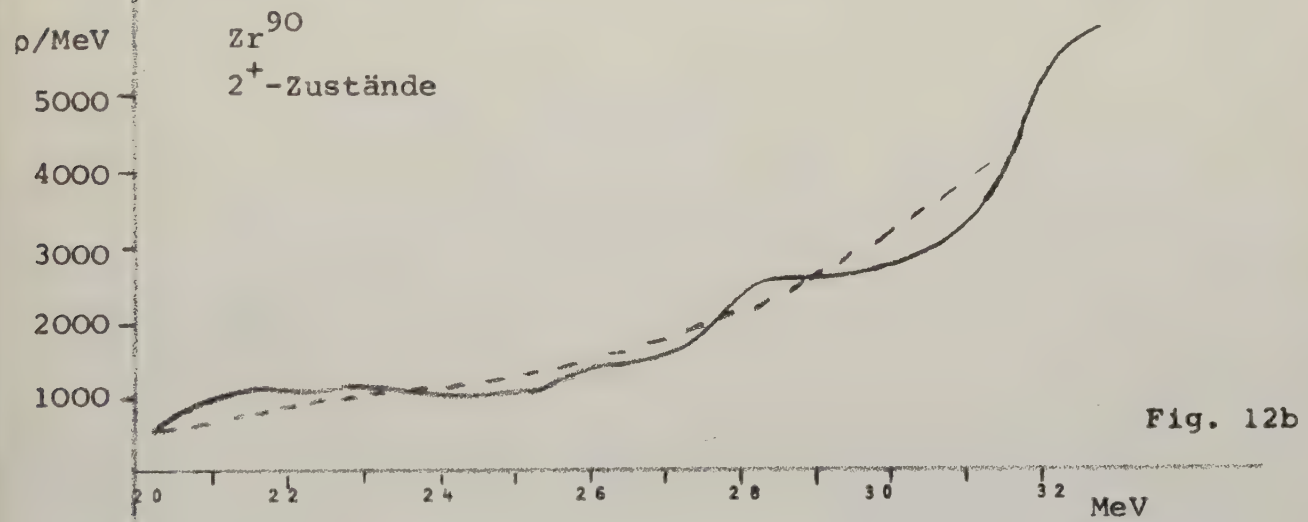
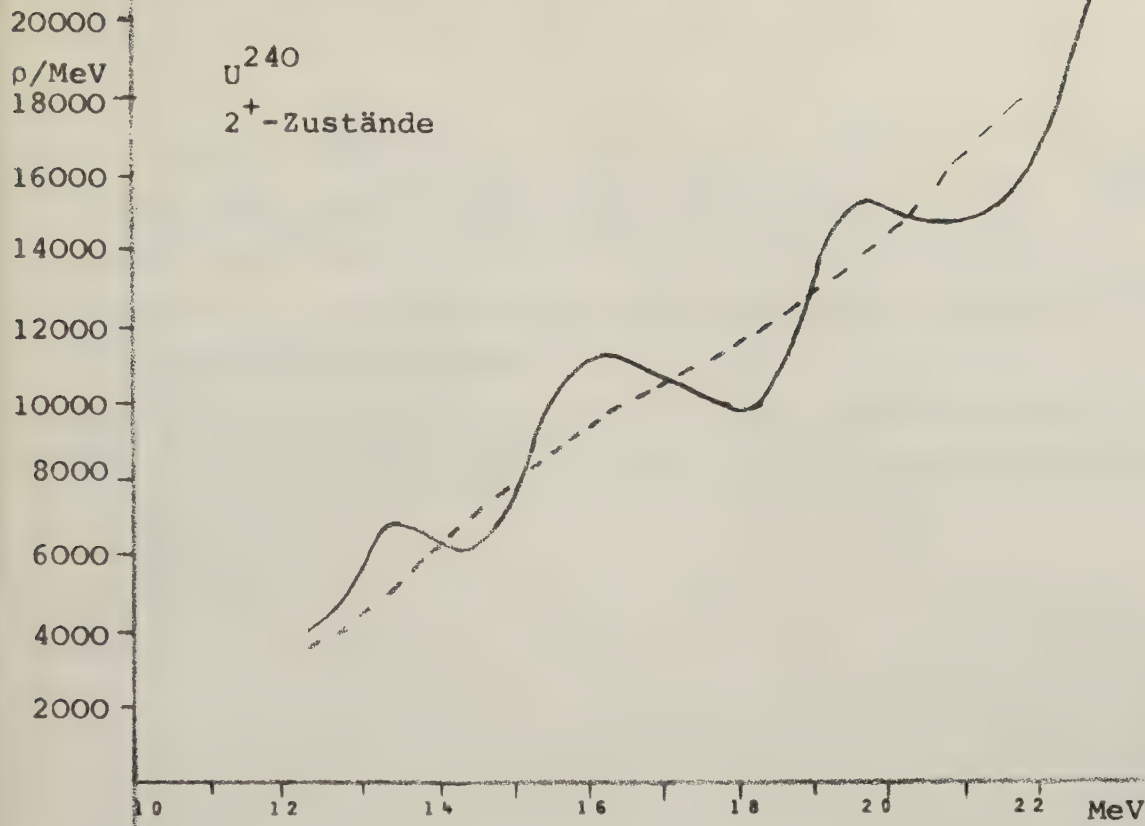


Fig. 12



Meinem Lehrer, Herrn Prof. Dr. W. Greiner bin ich zu großem Dank verpflichtet für die Anregung zu dieser Arbeit, sowie für viele klärende Diskussionen und Hinweise.

Herrn Dr. H. Arenhövel danke ich für viele wertvolle Rat-schläge und Diskussionen.

Dem Zentralen Recheninstitut der Universität Frankfurt danke ich für die Rechenzeit, die mir dort zur Verfügung gestellt wurde.

Lebenslauf

Am 10. Februar 1941 wurde ich in Aschaffenburg als Sohn des Metzgermeisters Josef Roos und seiner Frau Anna geb. Zahn geboren. Ab August 1947 besuchte ich die Volksschule in Großostheim und September 1951 die Oberrealschule in Gaibach bei Schweinfurt, wo ich im Juli 1960 die Reifeprüfung bestand. Im Wintersemester 1960/61 begann ich in Erlangen mit dem Studium der Physik. Während des Sommersemesters 1961 war ich wegen Krankheit beurlaubt und setzte das Studium ab Wintersemester 1961/62 in Frankfurt fort. Im Mai 1964 bestand ich das Vordiplom und begann ab 1965 unter Prof. Greiner mit der Abfassung meiner Diplomarbeit und bestand im Juli 1967 die Diplomprüfung. Anschließend daran begann ich mit meiner Doktorarbeit unter Prof. Greiner. Seit Mai 1970 habe ich eine Stelle als wiss. Mitarbeiter am Institut für Theoretische Physik.

Meine akademischen Lehrer waren:

Prof. Fleischmann, Prof. Nöbeling	in Erlangen
Prof. Greiner, Prof. Franz, Prof. Köthe,	in Frankfurt
Prof. Martienssen, Prof. Schopper,	
Prof. Dänzer	

